

XVIII Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne

Eliminacje – cykl styczniowy

Poziom: szkoły ponadpodstawowe

Punktacja: 10 punktów za każde zadanie (zadania rozwiązywane w „domu”)

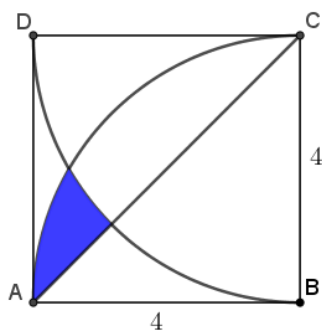
Zadania przeznaczone do rozwiązywania „w domu”. Czas zwrotu rozwiązań 3 dni. Wyniki przesłać do dnia 31.01.2020 za pomocą formularza zamieszczonego na stronach zawodów <http://wmii.uwm.edu.pl/~zawodymat>

Zadanie 1. Udowodnij, że jeżeli dodatnie liczby wymierne a, b, c spełniają równość $a^2 + b^2 + c^2 = abc$, to liczba $\sqrt{(a^3 + bc)(b^3 + ac)(c^3 + ab)}$ jest też wymierna.

Zadanie 2. Liczby x_1 i x_2 są miejscami zerowymi funkcji $f(x) = x^2 + 4bx + 4c$, a liczby x_3 i x_4 miejscami zerowymi funkcji $g(x) = x^2 + 4cx + 4b$. Wyznacz wszystkie pary (b, c) liczb rzeczywistych, dla których $x_1 x_2 x_3 x_4 = 16$.

Zadanie 3. Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = \log_4(x^2 + 4x + 20)$.

Zadanie 4. Oblicz pole powierzchni zacieniowanej figury, przedstawionej na rysunku.



Zadanie 5. Dwa okręgi o promieniach R i r są zewnętrznie styczne. Znaleźć promień okręgu stycznego do tych dwóch okręgów i ich wspólnej stycznej.

