

XVII Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne

Eliminacje – cykl styczniowy

Poziom: szkoły ponadgimnazjalne

Punktacja: 10 punktów za każde zadanie (zadania rozwiązywane w „domu”)

Zadania przeznaczone do rozwiązywania „w domu”. Czas zwrotu rozwiązań 3 dni. Wyniki przesłać do dnia 30.01.2019 za pomocą formularza zamieszczonego na stronach zawodów <http://wmii.uwm.edu.pl/~zawodymat>

Zadanie 1. Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \\ x \cdot y \cdot z = -1 \end{cases}$$

Zadanie 2. Znajdź wszystkie funkcje $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dla których zachodzi równość

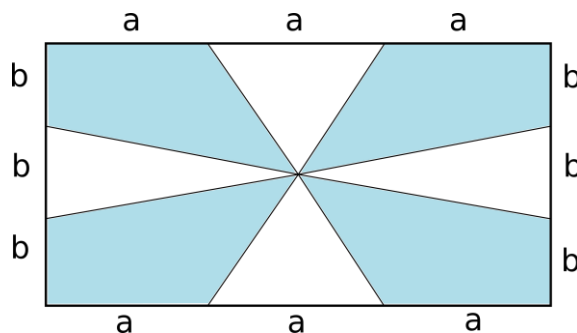
$$xf(x) - f(1-x) = 5.$$

Zadanie 3.

Nie korzystając z rachunku pochodnych znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji określonej wzorem $f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x$ w przedziale $(0; \frac{\pi}{2})$.

Zadanie 4.

Oblicz, jaki procent pola prostokąta stanowi pole zamalowanej figury?



Zadanie 5.

W okrąg jest wpisany trójkąt równoboczny ABC. Punkt M należy do krótszego z łuków AB. Wykaż, że $AM + BM = CM$.