

XVI Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne

Eliminacje – cykl styczniowy

Poziom: szkoły ponadgimnazjalne

Punktacja: 10 punktów za każde zadanie (zadania rozwiązywane w „domu”)

Zadania przeznaczone do rozwiązywania „w domu”. Czas zwrotu rozwiązań 3 dni. Wyniki przesłać do dnia 28.01.2018 za pomocą formularza zamieszczonego na stronach zawodów <http://wmii.uwm.edu.pl/~zawodymat>

Zadanie 1.

Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} \frac{1}{x-y^2} + x = 6 \\ \frac{1}{2y^2-2x} + \frac{x^2}{2} = 12 \end{cases}.$$

Zadanie 2.

Ciąg (a_n) jest określony rekurencyjnie: $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 4 - \frac{3}{a_n}$ dla $n \in N$.

Wykazać, że (a_n) jest zbieżny, i wyznaczyć jego granicę.

Zadanie 3.

Oblicz sumę wszystkich pierwiastków równania $\sin 3x \cos 3x = \sin 2x$ w przedziale $(0; \pi)$.

Zadanie 4.

Dany jest ośmiokąt wpisany w okrąg. Oblicz jego pole wiedząc, że pewne cztery kolejne jego boki mają długość równą 1, a każdy z pozostałych czterech kolejnych boków ma długość równą 3.

Zadanie 5.

Przez punkt wewnętrzny P trójkąta ABC poprowadzono proste równoległe do wszystkich boków. Wycięły one trzy trójkąty o polach Q, R, T. Jeżeli S jest polem trójkąta ABC udowodnij, że $\sqrt{S} = \sqrt{Q} + \sqrt{R} + \sqrt{T}$.

