

Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne

Eliminacje – cykl styczniowy

Poziom: szkoły ponadgimnazjalne

Punktacja: 10 punktów za każde zadanie (zadania rozwiązywane w „domu”)

Zadania przeznaczone do rozwiązywania „w domu”. Czas zwrotu rozwiązań 3 dni. Wyniki przesłać do dnia 23.01.2017 za pomocą formularza zamieszczonego na stronach zawodów <http://wmii.uwm.edu.pl/~zawodymat>

Zadanie 1.

Znajdź dwa dzielniki pierwsze liczby $53^{53} \cdot 33^{33}$.

Można skorzystać z artykułu o kongruencjach zamieszczonego na stronach zawodów w strefie matematyki.

Zadanie 2.

Udowodnij, że jeśli $a > b > 0$ i $a^2 + b^2 = 4ab$, to $\log(a+b) - \log(a-b) = \frac{1}{2} \log 3$.

Zadanie 3.

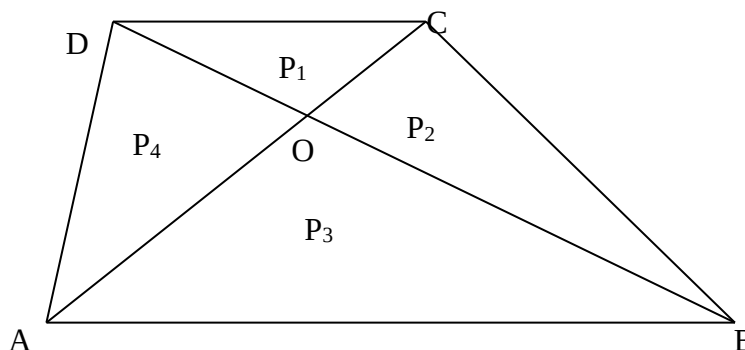
Wykaż, że jeżeli x, y, z są odpowiednio szóstym, osiemnastym i trzydziestym ósmym wyrazem dwóch ciągów arytmetycznego i geometrycznego, to $x^{y-z} \cdot y^{z-x} \cdot z^{x-y} = 1$.

Zadanie 4.

Boki trójkąta ABC mają długości $|AB| = 4$, $|AC| = |BC| = 8$. Oblicz stosunek pól figur, na które symetralna boku AC rozcina trójkąt ABC.

Zadanie 5.

W trapezie poprowadzono przekątne i otrzymano cztery trójkąty o polach P_1, P_2, P_3, P_4 (tak jak na rysunku)



Wykaż, że $P_2^2 = P_1 \cdot P_3$.