

Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne

Eliminacje – cykl marcowy - obowiązkowy

Poziom: szkoły ponadgimnazjalne

Punktacja: 10 punktów za każde zadanie (zadania rozwiązywane w szkole)

Zadania przeznaczone do rozwiązywania w szkole w formie sprawdzianu w czasie 90 minut. Wyniki przesłać do dnia 20.03.2017 za pomocą formularza na stronach zawodów <http://wmii.uwm.edu.pl/~zawodymat>.

Cykl jest obowiązkowy i kwalifikuje, wg oceny szkoły, do finału zawodów. W kwalifikacjach można uwzględnić wyniki otrzymane w poprzednich cyklach zawodów.

Uczniowie nie biorący udziału w tym cyklu nie mogą być zakwalifikowani do finału.

Osoby zakwalifikowane należy zarejestrować za pomocą formularza na stronach zawodów do dnia 30.03.2017. Formularz będzie aktywny po zakończeniu cyklu tj. po dniu 20.03.2017. Finał 7 kwietnia 2017 na wydziale Matematyki i Informatyki UWM w Olsztynie.

Zadanie 1.

Dana jest koniunkcja dwóch warunków:

1. $x + y + z = 28$
2. $2x - y = 32$.

Uzasadnij, że $x > y$ jeżeli x, y, z są liczbami dodatnimi.

Zadanie 2.

Znajdź wszystkie liczby całkowite spełniające równanie: $3 \cdot |x| + 4 \cdot (-1)^x = 28$

Zadanie 3.

Udowodnij, że jeśli a i b są długościami przyprostokątnych w trójkącie prostokątnym, a c jest długością przeciwprostokątnej, to $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.

Zadanie 4.

Wykaż, że jeżeli a, b, c są długościami boków trójkąt nie prostokątnego, a α, β są kątami wewnętrznymi leżącymi naprzeciw boków o długościach a, b , to $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{b^2 + c^2 - a^2}$.

Zadanie 5.

Na okręgu, którego promień ma długość r opisano trapez równoramienny. Oblicz długość promienia okręgu opisanego na tym trapezie, wiedząc, że kąt wewnętrzny pomiędzy ramieniem trapezu, a jego krótszą podstawą jest równy α .