

XVI Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne

Eliminacje – cykl lutowy

Poziom: szkoły ponadgimnazjalne

Punktacja: 10 punktów za każde zadanie (zadania rozwiązywane w „domu”)

Zadania przeznaczone do rozwiązywania „w domu”. Czas zwrotu rozwiązań 3 dni. Wyniki przesłać do dnia 26.02.2018 za pomocą formularza zamieszczonego na stronach zawodów <http://wmii.uwm.edu.pl/~zawodymat>

Zadanie 1.

Wyznacz wartość bezwzględną sumy współczynników a, b, c, d, e w przedstawieniu liczby $\frac{1}{1+2\sqrt{3}-\sqrt{5}+3\sqrt{15}}$ w postaci $\frac{a+b\sqrt{3}+c\sqrt{5}+d\sqrt{15}}{e}$.

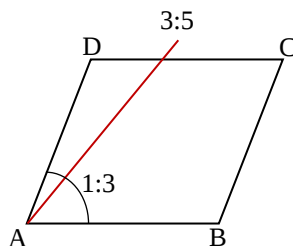
Zadanie 2. Zbadaj liczbę pierwiastków równania

$$3^{x+1} + 3^x + 3^{x-1} + \dots + 3^{x-n+2} + \dots = \frac{1}{8}(4 \cdot 3^{2x} + m)$$

w zależności od parametru $m \in R, n \in N$.

Zadanie 3.

Oblicz cosinus kąta ostrego rombu wiedząc, że prosta przechodząca przez jego wierzchołek dzieli ten kąt w stosunku 1:3, zaś przeciwległy bok odpowiednio w stosunku 3:5.



Zadanie 4.

Dwie ciężarówki wyjechały jednocześnie z jednego punktu i jadą w tym samym kierunku. Prędkość pierwszej ciężarówki wynosiła 50 km/h, a drugiej 40 km/h. Pół godziny później z tego samego punktu i w tym samym kierunku wyjechała trzecia ciężarówka, która dopędziła pierwszą o 1 godzinę i 30 minut później niż drugą. Wyznacz prędkość trzeciej ciężarówki.

Zadanie 5.

Wysokość ostrosłupa podzielono na trzy równe części płaszczyznami równoległymi do podstawy. Wykaż, że płaszczyzny te dzielą ostrosłup na bryły, których stosunek objętości wynosi 1 : 7 : 19.