

XVII Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne

Eliminacje – cykl listopadowy

Poziom: szkoły ponadgimnazjalne

Punktacja: 10 punktów za każde zadanie (zadania rozwiązywane w „domu”)

Zadania przeznaczone do rozwiązywania „w domu”. Czas zwrotu rozwiązań 3 dni. Wyniki przesłać do dnia 29.11.2018 za pomocą formularza zamieszczonego na stronach zawodów <http://wmii.uwm.edu.pl/~zawodymat>

Zadanie 1.

Rozwiąż równanie $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = 1$ w zbiorze liczb całkowitych.

Zadanie 2.

Długość ramienia trapezu jest równa 5, a odległość środka przeciwległego ramienia od niego jest równa 10. Znajdź pole trapezu.

Zadanie 3.

Wykaż, że dla dowolnych, dodatnich liczb a, b, c , spełniających warunek $a \cdot b \cdot c = 1$ prawdziwa jest nierówność:

$$ab + bc + ac + a + b + c \geq 6$$

Zadanie 4.

Znajdź taką najmniejszą liczbę naturalną n , aby liczby $n + 1$ oraz $n - 110$ były kwadratami liczb naturalnych

Zadanie 5.

Wykaż, że w trójkącie o bokach a, b, c i wysokościach odpowiednio równych h_a, h_b, h_c , prawdziwa jest równość:

$$(a + b + c) \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = (h_a + h_b + h_c) \cdot \left(\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}\right).$$