

# Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne

## Eliminacje – cykl listopadowy

### Poziom: szkoły ponadgimnazjalne

### Punktacja: 10 punktów za każde zadanie

Eliminacje należy przeprowadzić w szkole i do dnia 17.11.2016 przesłać wyniki tych uczniów, którzy będą startować w zawodach za pomocą formularza zamieszczonego na stronach zawodów <http://wmii.uwm.edu.pl/~zawodymat>

#### Zadanie 1.

Wykaż, że jeżeli pewne cztery kolejne liczby nieparzyste są pierwiastkami wielomianu o współczynnikach całkowitych, to dla każdej liczby nieparzystej wielomian przyjmuje wartość podzieloną przez  $3 \cdot 2^7$ .

#### Zadanie 2.

Sporządź wykres funkcji: 
$$f(x) = x \cdot \frac{\sqrt{\frac{1+x^2}{2x} + 1} - \sqrt{\frac{1+x^2}{2x} - 1}}{\sqrt{\frac{1+x^2}{2x} + 1} + \sqrt{\frac{1+x^2}{2x} - 1}}.$$

#### Zadanie 3.

Dla jakich wartości  $n \in \mathbb{N}$  równanie  $x^{n+1} + 64 = x^n + 64x$  ma trzy pierwiastki całkowite?

#### Zadanie 4.

Udowodnij, że pierwiastki równania kwadratowego  $ax^2 + bx + c = 0$  są odwrotnościami pierwiastków równania  $cx^2 + bx + a = 0$ .

#### Zadanie 5.

W ciągu arytmetycznym sumy  $S_m$  i  $S_n$  spełniają warunek  $\frac{S_m}{S_n} = \frac{m^2}{n^2}$ . Udowodnij, że

$$\frac{a_m}{a_n} = \frac{2m-1}{2n-1}.$$