

## XVII Warmińsko – Mazurskie Zawody Matematyczne

Kategoria: **Szkoły ponadgimnazjalne**

Olsztyn, 12 kwietnia 2019

**Zadanie 1.** Znajdź funkcję  $f(x)$  spełniającą warunek:  $2f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$ .

**Zadanie 2.** W czworokącie wypukłym poprowadzono przekątnę, które podzieliły go na cztery trójkąty. Pola trzech z nich wynoszą:  $1\text{cm}^2$ ,  $2\text{cm}^2$  i  $3\text{cm}^2$ . Ile wynosi pole czwartego trójkąta? (podaj wszystkie możliwości.)

**Zadanie 3.** Wykaż, że jeżeli  $m$  i  $n$  są takimi liczbami całkowitymi, że rozwiązania równania  $x^2 + mx + 1 - n = 0$  są niezerowymi liczbami całkowitymi, to liczba  $m^2 + n^2$  nie jest liczbą pierwszą.

**Zadanie 4.** Znajdź rozwiązania równania  $\sqrt{a-x} = a-x^2$  dla  $0 < a \leq \frac{3}{4}$ .

**Zadanie 5.** W trójkącie  $ABC$  poprowadzono środkową  $CD$  i wyznaczono na niej taki punkt  $E$ , że

$$\frac{|CE|}{|ED|} = k.$$

Prosta przechodząca przez punkty  $AE$  przecina bok  $BC$  w punkcie  $P$ . Wyznacz stosunek  $\frac{|CP|}{|PB|}$ .