

XVI Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne

Kategoria: Szkoły ponadgimnazjalne

Olsztyn, 13 kwietnia 2018

Zadanie 1 Czy z ciągu geometrycznego $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{24}, \dots$ można wybrać nieskończony ciąg geometryczny o sumie: a) $\frac{1}{7}$, b) $\frac{1}{5}$?

Zadanie 2 Wykazać, jeśli a, b, c są różnymi od zera liczbami rzeczywistymi, to co najmniej jeden z trójmianów $ax^2 + 2bx + c$, $bx^2 + 2cx + a$, $cx^2 + 2ax + b$ ma pierwiastek rzeczywisty.

Zadanie 3 Funkcja $f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{x - \sqrt{8x-16}}$ jest stała na pewnym przedziale. Wyznaczyć ten przedział.

Zadanie 4 Na bokach BC, CA i AB trójkąta ABC o polu S leżą odpowiednio takie punkty A', B', C' , że

$$\frac{|BA'|}{|A'C|} = \frac{|CB'|}{|B'A|} = \frac{|AC'|}{|C'B|} = \frac{4}{5}.$$

Wyznaczyć pole trójkąta $A'B'C'$.

Zadanie 5 Bok AB kwadratu $ABCD$ obrócono o kąt ostry miary α wokół prostej łączącej środki boków AB i CD do położenia $A'B'$. Wyznaczyć objętość otrzymanego w ten sposób czworościanu $A'B'CD$ mając długość boku kwadratu równą a .