

XVII Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne

Eliminacje – cykl grudniowy

Poziom: szkoły ponadgimnazjalne

Punktacja: 10 punktów za każde zadanie (zadania rozwiązywane w „domu”)

Zadania przeznaczone do rozwiązywania „w domu”. Czas zwrotu rozwiązań 3 dni. Wyniki przesłać do dnia 29.12.2018 za pomocą formularza zamieszczonego na stronach zawodów <http://wmii.uwm.edu.pl/~zawodymat>

Zadanie 1. Rozwiąż nierówność:

$$(x - 1)\sqrt{x + 4} < 2 - 4x.$$

Zadanie 2. Wykaż, że jeżeli liczby dodatnie $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ tworzą ciąg geometryczny, to wtedy

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n = (a_1 \cdot a_n)^{n/2}.$$

Zadanie 3.

Długości boków trójkąta są trzema kolejnymi liczbami naturalnymi, a pole trójkąta jest równe $84m^2$. Znajdź długości tych boków (nie stosując metody prób i błędów).

Zadanie 4.

Wykazać, że jeżeli w trójkącie ABC: $|AB| = c$, $|BC| = a$, $|AC| = b$ oraz $\angle ABC = 2 \cdot \angle BAC$, to $b = \sqrt{a \cdot (a + c)}$.

Zadanie 5. Dany jest siedmiokąt foremny $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$. Wykaż, że

$$\frac{1}{A_1A_2} = \frac{1}{A_1A_3} + \frac{1}{A_1A_4}.$$