

XVI Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne

Eliminacje – cykl grudniowy

Poziom: szkoły ponadgimnazjalne

Punktacja: 10 punktów za każde zadanie (zadania rozwiązywane w „domu”)

Zadania przeznaczone do rozwiązywania „w domu”. Czas zwrotu rozwiązań 3 dni. Wyniki przesłać do dnia 28.12.2017 za pomocą formularza zamieszczonego na stronach zawodów <http://wmii.uwm.edu.pl/~zawodymat>

Zadanie 1.

Rozwiąż równanie $2017^{|1-4x^2|} = \sin(\pi x)$.

Zadanie 2.

Dla jakich wartości $x \in \langle 0, \pi \rangle$ suma nieskończonego ciągu geometrycznego o wyrazach:

$$\sin 2x \cdot \operatorname{tg} x, \cos x \cdot (1 - \cos 2x), \cos^2 x \cdot (1 - \cos 2x), \dots$$

jest mniejsza od 3 ?

Zadanie 3.

W klasie jest 25 uczniów. Podczas klasówki ze statystyki jeden uczeń był nieobecny. Średnia ocen z klasówki wyniosła 3,5, a odchylenie standardowe 0,8. Po powrocie do szkoły, nieobecny wcześniej uczeń napisał klasówkę i otrzymał czwórkę. Oblicz średnią arytmetyczną i odchylenie standardowe ocen z klasówki ze statystyki dla całej klasy.

Zadanie 4.

Wykazać, że w dowolnym trójkącie spełniona jest nierówność $p^2 \geq 27r^2$, gdzie r oznacza promień okręgu wpisanego w trójkąt, a p połowę obwodu tego trójkąta.

Zadanie 5.

W danym trójkącie ostrokątnym ABC poprowadzono wysokość AA_1 oraz zaznaczono środki boków AC – punkt P_1 , boku BC – punkt P_2 i boku AB – punkt P_3 .

Wykaż, że punkty A_1, P_2, P_3, P_1 leżą na jednym okręgu.

