

Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne

Eliminacje – cykl lutowy

Poziom: gimnazja

Punktacja: 10 punktów za każde zadanie (zadania rozwiązywane w „domu”)

Zadania przeznaczone do rozwiązywania „w domu”. Czas zwrotu rozwiązań 3 dni. Wyniki przesłać do dnia 27.02.2017 za pomocą formularza zamieszczonego na stronach zawodów <http://wmii.uwm.edu.pl/~zawodymat>

Zadanie 1.

Funkcja $f(w)$ dla każdej liczby wymiernej w jest taka, że:

$$f(1) = a \text{ oraz } f(w+z) = f(w) + f(z) \text{ dla każdych liczb wymiernych } w \text{ i } z.$$

Zapisz wzór funkcji $f(w)$.

Wskazówka. Dodając n ułamków $\frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n}$ otrzymujemy 1.

Zadanie 2.

Wyznacz wszystkie liczby trzycyfrowe spełniające następujące warunki:

1. pierwsza cyfra (od lewej strony) jest trzy razy mniejsza od ostatniej cyfry,
2. suma tej liczby i liczby otrzymanej z przestawienia dwóch ostatnich cyfr jest podzielna przez 8.

Zadanie 3.

Andrzej, Bogdan i Celina rok temu mieli łącznie 40 lat. Jeżeli do połowy wieku Andrzeja dodamy trzecią część wieku Bogdana i czwartą część wieku Celiny, to otrzymamy obecny wiek Bogdana. Jeżeli obecnie policzymy średnią arytmetyczną wieku wszystkich, to otrzymamy wiek Bogdana sprzed roku. Ile lat ma każde z nich obecnie?

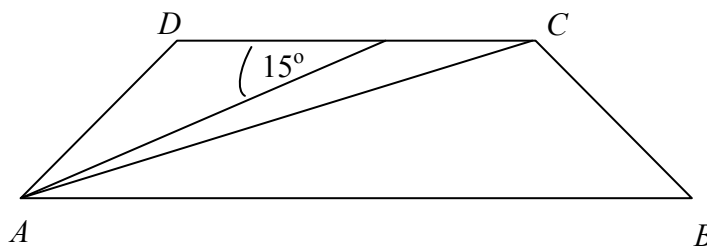
Zadanie 4.

Punkty A, B, C są wierzchołkami trójkąta równoramiennego ABC, w którym punkt D jest środkiem podstawy AB. Punkt K – z kolei – jest symetryczny do punktu D względem prostej AC, punkt L – symetryczny do punktu D względem prostej BC.

Oblicz odległość punktów K i L, jeśli $|AB| = |CD| = 10$ dm.

Zadanie 5.

W trapezie równoramiennym ABCD dwusieczna kąta ostrego przecina podstawę CD pod kątem 15° , jak na rysunku. Długości podstaw tego trapezu są równe $10\sqrt{3}$ i $6\sqrt{3}$.



Oblicz długość przekątnej AC tego trapezu.