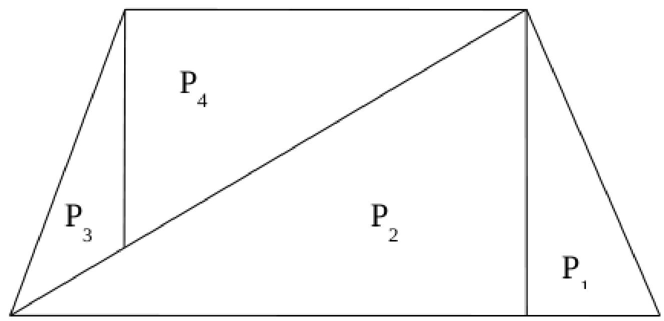
VIII Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne

Kategoria: Szkoła Gimnazjalna

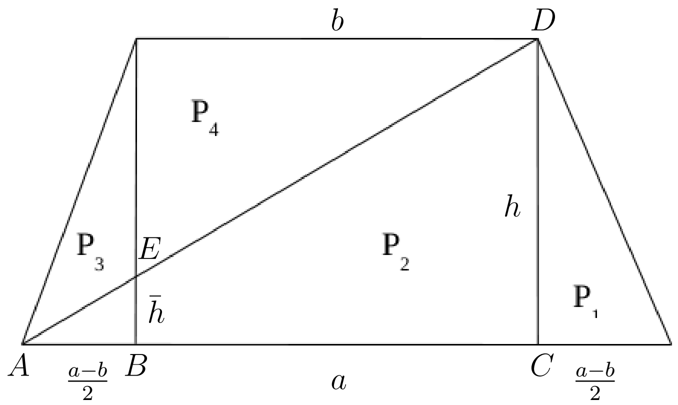
ZADANIE 4

W trapezie równoramiennym o polu $20j^2$ stosunek jego podstaw jest równy $\frac{1}{2}$. Wyznaczyć pola wszystkich trójkątów zaznaczonych na rysunku.



Rozwiązanie

Wprowadzamy następujące oznaczenia:



Długość dolnej podstawy trapezu wynosi a. Z treści zadania wynikają następujące relacje:

$$a = 2b, \qquad h = \frac{40}{a+b} = \frac{40}{3b}, \qquad \frac{a-b}{2} = \frac{b}{2}, \qquad a - \frac{a-b}{2} = \frac{3b}{2}.$$

Można wyznaczyć P_1 i P_2 :

$$P_1 = \frac{1}{2}\frac{a-b}{2}h = \frac{10}{3}, \qquad P_2 = \frac{1}{2}\left(a - \frac{a-b}{2}\right)h = 10.$$

Z podobieństwa trójkątów ΔABE, ΔACD wynika, że

$$\frac{h}{\bar{h}} = \frac{a - \frac{a-b}{2}}{\frac{a-b}{2}} = 3,$$

a zatem $\bar{h} = \frac{1}{3}h$. Stąd

$$P_4 = \frac{1}{2}b\left(h - \bar{h}\right) = \frac{40}{9}, \qquad P_3 = P_1 - \frac{1}{2}\frac{a-b}{2}\bar{h} = \frac{20}{9}$$

lub $P_3 = P - P_1 - P_2 - P_4$.