

## Kategoria: klasy 7-8 szkoły podstawowej

**Zadanie 1.** Dwaj bracia Mateusz i Tadeusz podzielili po równo wygraną z loterii 5252 złote, tak że każdy dostał 2626 złotych. Mateusz postanowił każdego kolejnego dnia wydawać tyle złotych, ile wynosi suma cyfr w pozostałej kwocie z wygranej: pierwszego dnia wyda 16 złotych ( $2 + 6 + 2 + 6$ ) i zostanie mu 2610, drugiego dnia 9 złotych ( $2 + 6 + 1 + 0$ ). Tadeusz natomiast postanowił w kolejnych dniach wydawać tyle złotych, ile wynosi iloczyn cyfr w bieżącej posiadanej kwocie. Który z nich pierwszy wyda wszystkie pieniądze z wygranej?

**Zadanie 2.** Udowodnij, że nie istnieją liczby całkowite  $x, y$  spełniające równanie  $x^2 + y^2 = 2027$ .

**Zadanie 3.** Dany jest trójkąt rozwartokątny równoramienny  $ABC$  o ramionach  $AC$  i  $BC$ , w którym symetralne ramion dzielą podstawę na trzy równe części. Oblicz miary kątów tego trójkąta. Uwaga. Symetralna boku trójkąta to prosta prostopadła do tego boku, przechodząca przez jego środek.

**Zadanie 4.** Wykaż, że ułamek  $\frac{21n+4}{14n+3}$  jest nieskracalny dla każdej liczby naturalnej  $n$ .

**Zadanie 5.** Cyfry od 1 do 9 postanowiły wybrać się na obiad przy okrągłym stole z dziewięcioma, ponumerowanymi od 1 do 9, krzesłami. Wiadomo, że:

- liczby pierwsze są niezadowolone, gdy siedzą obok siebie;
- liczby parzyste dostają niestrawności, gdy siedzą obok siebie;
- liczby podzielne przez 3 czują się samotnie, gdy nie siedzą obok siebie;
- żadna z cyfr nie zacznie posiłku, jeśli nie zobaczy wśród gości (licząc też siebie) cyfrę i jej trzykrotność siedzących obok siebie;
- cyfry 1 oraz 3 nie przepadają za swoim towarzystwem, więc nie mogą siedzieć obok.

Zaplanuj ustawienie miejsc gości przy stole, aby jak najwięcej spośród nich dobrze spędziło czas.