

**XXI WARMIŃSKO-MAZURSKIE ZAWODY MATEMATYCZNE**

**Olsztyn, 24 maja 2024 r.**

**Kategoria: klasa 3–4 szkoły ponadpodstawowej**

<b>Nazwisko</b>	<b>Imię</b>	<b>Szkoła</b>	<b>Punkty</b>

<b>Zadanie</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>Suma</b>
<b>Punkty</b>						

**XXI WARMIŃSKO-MAZURSKIE ZAWODY MATEMATYCZNE**

Olsztyn, 24 maja 2024 r.

Kategoria: klasa 3–4 szkoły ponadpodstawowej

Nazwisko	Imię	Szkoła	Punkty

**Zadanie 1.** Oblicz sumę wszystkich liczb naturalnych  $n$  podzielnych przez 7, które spełniają warunek:

$$\log_2 2n + \log_4 4n + \log_8 8n < 14.$$

**XXI WARMIŃSKO-MAZURSKIE ZAWODY MATEMATYCZNE**

Olsztyn, 24 maja 2024 r.

Kategoria: klasa 3–4 szkoły ponadpodstawowej

Nazwisko	Imię	Szkoła	Punkty

**Zadanie 2.** Dla jakich wartości parametru  $\alpha$  równanie

$$(1 - \sin \alpha)x^2 - 4x + 1 - \sin \alpha = 0, \quad 1 - \sin \alpha \neq 0,$$

ma dwa różne pierwiastki?

**XXI WARMIŃSKO-MAZURSKIE ZAWODY MATEMATYCZNE**  
Olsztyn, 24 maja 2024 r.  
Kategoria: klasa 3–4 szkoły ponadpodstawowej

Nazwisko	Imię	Szkoła	Punkty

**Zadanie 3.** Wykaż, że liczba

$$\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$$

jest całkowita.

**XXI WARMIŃSKO-MAZURSKIE ZAWODY MATEMATYCZNE**

Olsztyn, 24 maja 2024 r.

Kategoria: klasa 3–4 szkoły ponadpodstawowej

Nazwisko	Imię	Szkoła	Punkty

**Zadanie 4.** Punkt  $K$  leży wewnątrz trójkąta  $ABC$ . Wykaż, że

$$|AK| + |BK| < |AC| + |BC|.$$

XXI WARMIŃSKO-MAZURSKIE ZAWODY MATEMATYCZNE

Olsztyn, 24 maja 2024 r.

Kategoria: klasa 3–4 szkoły ponadpodstawowej

Nazwisko	Imię	Szkoła	Punkty

**Zadanie 5.** Dany jest trójkąt ostrokątny  $ABC$ , w którym  $\angle ACB = 45^\circ$ . Punkt  $O$  jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie  $ABC$ , punkt  $H$  jest punktem przecięcia wysokości trójkąta  $ABC$  (ortocentrum). Prosta przechodząca przez punkt  $O$  i prostopadła do prostej  $CO$  przecina prostą  $AC$  i  $BC$  odpowiednio w punktach  $K$  i  $L$ . Wykazać, że

$$OK + KH = OL + LH.$$