

SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

Nazwisko	Imię	Szkoła

Zadanie	1	2	3	4	5	Suma
Punkty						

SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

Nazwisko	Imię	Szkoła	Punkty

Zadanie 1. Pokazać, że wśród dowolnych 5 punktów płaszczyzny o współrzędnych całkowitych znajdziemy 2 punkty, takie że środek łączącego je odcinka będzie miał współrzędne całkowite.

SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

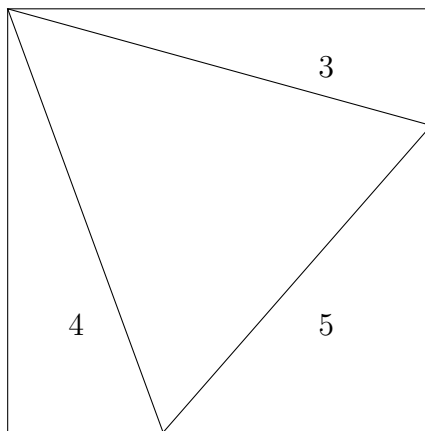
Nazwisko	Imię	Szkoła	Punkty

Zadanie 2. Człowiek startuje z pewnego punktu, robiąc 1 krok w dowolnym kierunku. Zatrzymuje się wybiera nowy kierunek i robi 2 kroki, powtarza procedurę dla 4, 8, 16, ..., 2^n kroków. Czy możliwe jest, że powróci do punktu startowego? Jeżeli tak, to po ilu krokach?

SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

Nazwisko	Imię	Szkoła	Punkty

Zadanie 3. Do kwadratu został wpisany trójkąt tak, że pola odciętych trójkątów wyniosły 3, 4 oraz 5 (rysunek 1). Wyznacz pole kwadratu.



Rysunek 1: Trójkąt wpisany w kwadrat

SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

Nazwisko	Imię	Szkoła	Punkty

Zadanie 4. W ostrosłup prawidłowy trójkątny, którego ściany boczne są trójkątami prostokątnymi (kąty proste są przy wierzchołku ostrosłupa) wpisano sześcián, w ten sposób że 3 jego ściany leżą na ścianach ostrosłupa. Jeden z jego wierzchołków jest wierzchołkiem ostrosłupa a przeciwległy do niego wierzchołek jest środkiem podstawy ostrosłupa. Wyznaczyć długości krawędzi tego ostrosłupa przy założeniu, że krawędzie sześciánu mają długość 1.

SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

Nazwisko	Imię	Szkoła	Punkty

Zadanie 5.

Udowodnić nierówność przy założeniu, że $a, b > 0$

$$(a + b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$$