SZKOŁA PODSTAWOWA KLASY 7-8

Zadanie 1. Pole ma kształt trójkąta równobocznego o boku długości 30 m. Sadzimy na tym polu 10 drzew w dowolny sposób. Pokazać, że znajdą się dwa drzewa, takie że odległość między nimi nie przekracza 10 m.

Rozwiązanie. Podzielimy trójkąt na 9 równobocznych trójkątów o boku 10 m. Znajdzie się co najmniej jeden trójkąt, w którym będą co najmniej dwa drzewa. Odległość pomiędzy tymi drzewami nie przekracza 10 m.

SZKOŁA PODSTAWOWA KLASY 7-8

Zadanie 2. Każda z 1000 ankietowanych osób odpowiedziała na 2 pytania: czy lubi słodycze oraz czy lubi warzywa. Okazało się, że 830 osób lubi słodycze, 600 osób lubi warzywa, 100 osób nie lubi ani słodyczy, ani warzyw. Ile spośród ankietowanych osób lubi słodycze, ale nie lubi warzyw? Ile osób lubi warzywa, ale nie lubi słodyczy?

Rozwiązanie:

900 osób odpowiedziało że lubi przynajmniej jedną rzecz. x- ilość osób lubiących słodycze i warzywa. Wówczas

$$900 = 830 + 600 - x$$

więc $x = 530$. Tylko słodycze lubią $830 - 530 = 300$ osoby a tylko warzywa $600 - 530 = 70$ osób.

SZKOŁA PODSTAWOWA KLASY 7-8

Zadanie 3.

Znaleźć liczbę naturalną n spełniającą równanie

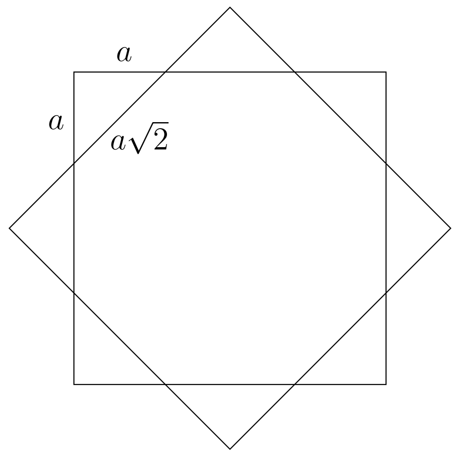
$$(n+1)(n+2)(n+3) = 2184$$

Rozwiązanie: Liczba 2 rozkłada się na czynniki pierwsze $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13$.

$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12, 13, 2 \cdot 7 = 14$ dają kolejne liczby naturalne których iloczyn daje 2184 zatem $n = 12 - 1 = 11$.

SZKOŁA PODSTAWOWA KLASY 7-8

Zadanie 4. Kwadrat K' powstały przez obrót kwadratu K o 45 stopni względem jego środka nałożono na kwadrat K, jak pokazano na rysunku. Obliczyć pole otrzymanego 16-sto kąta, jeżeli długość boku kwadratu K wynosi 1.



Rozwiązanie: Oznaczamy długości przyprostokątnych trójkąta jako a, przeciwprostokątna tego trójkąta ma wówczas długość $a\sqrt{2}$. Bok kwadratu ma wówczas długość $2a + a\sqrt{2} = 1$. Z równania wyznaczamy $a = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$. Pole figury możemy obliczyć dodając pole kwadratu K i pola 4 trójkątów prostokątnych o boku a.

$$P = 1 + 2a^2 = 4 - 2\sqrt{2}$$

Zadanie 5. Dwie osoby grają w grę polegającą na naprzemiennym odejmowaniu liczby $1, 2, 3, 4$ lub 5, gracz odejmuje swoją liczbę od wyniku odejmowania poprzedniego gracza. Gracze zaczynają grę od liczby 50. Wygrywa ten który po swojej turze otrzyma 0. Pokazać, że jeden z graczy ma strategię wygrywającą.

Rozwiązanie: Pierwszy z graczy który otrzyma liczbę postaci $6k$ może wymusić wygraną w ten sposób że po odjęciu przez przeciwnika liczby a odejmie liczbę $6 - a$ (może to zawsze zrobić bo $a = 1, 2, 3, 4, 5$)zmniejszając k w każdym kroku o 1 w ostatnim kroku otrzymując $6 \cdot 0 = 0$. Strategię wygrywającą ma więc gracz zaczynający, bo po odjęciu 2 otrzyma 48.