

Automaty i Języki Formalne

Zadania z tematów wprowadzających

1 Zbiory

- Opisz poniższe zbiory pod kątem ich właściwości.
(i) $\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$ (ii) $\{4, 7, 10, 13, \dots\}$
- Określ, które z poniższych stwierdzeń jest prawdziwe.
(i) $0 \in \phi$ (ii) $\phi \in \{0\}$ (iii) $\{0\} \subseteq \phi$ (iv) $\phi \subseteq \{0\}$ (v) $\{0\} \subseteq \{0\}$
- Znajdź dwa zbiory A i B takie, że $A \in B$ oraz $A \subseteq B$.
- Znajdź zbiór potęgowy A (czyli $P(A)$) gdzie
(i) $A = \phi$ (ii) $A = (P(\phi))$ (iii) $A = \{a, b, \{a, b\}\}$.
- Pokaż:
(i) Jeśli $A \subseteq B$ wtedy $A \cup B = B$ (ii) $A - B \subseteq A$ (iii) $A \cap (B \setminus A) = \phi$

2 Relacje i Graf

- Niech R będzie relacją binarną na zbiorze wszystkich liczb rzeczywistych $\mathbb{R}$. Jeśli $(x, y) \in R$ jest zdefiniowane jak poniżej, określ jakiego rodzaju (zwrotna, symetryczna, antysymetryczna, przechodnia) jest relacja R .
(i) $x + y = 0$ (ii) $xy \geq 0$ (iii) $x = 1$ lub $y = 1$ (iv) $xy = 0$ (v) $x \geq y^2$
- Pokaż, że $R = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : 5 \text{ dzieli } a - b\}$ to relacja równoważności gdzie $\mathbb{Z}$ jest zbiorem wszystkich liczb całkowitych.
- Znajdź klasy abstrakcji (klasy równoważności) w odniesieniu do powyższej relacji równoważności.
- Niech $R = \{(a, b) \in \mathbb{Z}^+ \times \mathbb{Z}^+ : a \text{ dzieli } b\}$ gdzie $\mathbb{Z}^+$ jest zbiorem wszystkich dodatnich liczb całkowitych. Jakie własności spełnia ta relacja?
- W zbiorze $X = \{0, 1, 2, \dots, 6\}$ określmy relację:
 $R = \{(m, n) : 3 \text{ dzieli } 2m + 3n\}$. Zbudować graf tej relacji.