

Lista zadań dla studentów MiBM. 3

- Wyznaczyć kosinus kąta pomiędzy wektorami:
 - $\vec{a} = [1, 2, 2]$, $\vec{b} = [2, -1, 2]$, b) $\vec{a} = [1, 2, 3]$, $\vec{b} = [1, 0, 0]$.
- Sprawdzić, czy punkty $A = (1, 2, 1)$, $B = (2, 3, 4)$, $C = (0, 3, 3)$ i $D = (5, 5, 5)$ są współpłaszczyznowe.
- Obliczyć:
 - $[3, 2, 5] \times [1, 1, 5]$, b) $[2, 3, 3] \times [2, 1, 2] + [-1, 1, -2] \times [2, 1, 2]$.
- Wyznaczyć pola trójkąta ABC , gdy $A = (3, 1, 4)$, $B = (1, 3, 5)$, $C = (5, 3, 6)$ oraz odległość punktu C od prostej AB .
- Dla czworościanu o wierzchołkach $A = (1, 2, 1)$, $B = (3, 2, 2)$, $C = (2, 5, 2)$, $D = (2, 3, 5)$ wyznaczyć objętość i długość jego wysokości opuszczonej z wierzchołka A .
- Napisać równanie płaszczyzny spełniającej dane warunki:
 - przechodzącej przez punkt $P = (1, -1, 3)$ i prostopadłej do wektora $\vec{N} = [2, 3, 4]$;
 - przechodzącej przez punkty $P = (1, 1, 1)$, $Q = (3, 4, 3)$ i $R = (4, 2, 2)$;
 - przechodzącej przez punkt $P = (2, 1, -2)$ i równoległej do wektorów $\vec{a} = [1, 1, 0]$, $\vec{b} = [0, 0, 1]$;
 - zawierającej prostą $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = z - 1$ i równoległej do prostej $l : \frac{x}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{-2}$.
 - przechodzącej przez krawędź płaszczyzn $\Pi_1 : 2x - y + 3z - 6 = 0$, $\Pi_2 : x + 2y - z + 3 = 0$ i punkt $(1, 2, 4)$;
 - przechodzącej przez krawędź płaszczyzn $\Pi_1 : 4x - y + 3z - 6 = 0$, $\Pi_2 : x + 5y - z + 10 = 0$ i równoległej do prostej $l : \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{5}$.
- Podać postać parametryczną i kanoniczną prostej spełniającej dane warunki:
 - przechodzącej przez punkty $P = (1, 0, 6)$, $Q = (-2, 2, 4)$;
 - przechodzącej przez punkt $P = (0, -2, 3)$ i prostopadłej do płaszczyzny $\Pi : 3x - y + 2z - 6 = 0$;
 - przechodzącej przez punkt $P = (7, 2, 0)$ i prostopadłej do wektorów $\vec{a} = [2, 0, -3]$, $\vec{b} = [-1, 2, 0]$;
- Wyznaczyć punkt przebiecia płaszczyzny $\Pi : x - 2y + 3z - 12 = 0$ prostą $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{3}$.
- Wyznaczyć rzut prostokątny punktu $P = (4, 4, 4)$ na prostą $l : x - 1 = \frac{y-1}{2} = z - 1$.
- Wyznaczyć rzut prostokątny prostej $l : \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{2}$, $z = -1$ na płaszczyznę $\Pi : x + 3y - 2z - 6 = 0$.
- Znaleźć punkt symetryczny do punktu $P = (0, 1, 3)$ względem:
 - punktu $S = (1, 0, -1)$;
 - prostej $l : \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{3}$;
 - płaszczyzny $\Pi : x + y + z = 0$.
- Obliczyć odległość:
 - punktu $P = (1, -2, 3)$ od płaszczyzny $\Pi : x + y - 3z + 5 = 0$;
 - płaszczyzn równoległych $\Pi_1 : x - 2y + 2z + 5 = 0$, $\Pi_2 : x - 2y + 2z - 3 = 0$;
 - punktu $P = (0, 1, -1)$ od prostej $l : \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{3}$;
 - prostych równoległych $l_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$, $l_2 : \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-3}{2}$;

e) prostych $l_1 : \frac{x-9}{4} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{1}$, $l_2 : \frac{x}{-2} = \frac{y+7}{9} = \frac{z-2}{2}$.

13. Wyznaczyć kąt między:

a) prostą $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = z - 1$ i płaszczyzną $\Pi : x + 2y - 2z + 5 = 0$;

b) płaszczyznami $\Pi_1 : x - 2y + 3z - 5 = 0$ i $\Pi_2 : 2x + y - z + 3 = 0$.

14. Cząsteczka porusza się ze stałą prędkością po linii prostej. W chwili $t_1 = 2$ znajdowała się w punkcie $P_1 = (0, -2, 5)$, a w chwili $t_2 = 3$ w punkcie $P_2 = (2, 3, 3)$. Znaleźć położenie cząsteczki w chwili $t_0 = 0$.

15. Siatka maskująca obiekt wojskowy zaczepiona jest na masztach wysokości $h_1 = 5\text{m}$, $h_2 = 7\text{m}$, $h_3 = 9\text{m}$, które ustawione są w wierzchołkach poziomego trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych długości po 20 m. Najwyższy maszt ustawiony jest w wierzchołku kąta prostego. Znaleźć powierzchnię siatki.

16. W celu określenia kąta nachylenia płaskiego nasypu do poziomu, wykonano pomiary kąta nachylenia tego nasypu w kierunku wschodnim i południowym. Pomiary te dały następujące wyniki: w kierunku wschodnim nasyp wznosi się pod kątem $\alpha = 30^\circ$ a w kierunku południowym pod kątem $\beta = 45^\circ$. Obliczyć kąt nachylenia tego nasypu do poziomu.

17. Radiowa stacja nasłuchowa ma dwie prostoliniowe anteny zaczepione na pionowych słupach ustawionych w parach przeciwległych wierzchołków kwadratu o boku 40 m. Słupy pierwszej anteny mają odpowiednio długości 10 m i 20 m, a słupy drugiej 10 m i 30 m. Wyznaczyć najmniejszą odległość między antenami.