1 lista zadań z matematyki 2 dla studentów Biotechnologii Inż.

1. Wyznaczyć całki:

   a) $\int 5x^7dx$; b) $\int(3x^5-6x^3-5x+1)dx$; c) $\int \frac{x^2+7x+12}{x+4}dx$; d) $\int \frac{1-x+x^2}{x^4}dx$; e) $\int \frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[4]{x}}dx$;
   f) $\int \mathrm{tg}^2 x dx$; g) $\int \frac{\sin 2x+7\sin^2 x}{\sin x}dx$; h) $\int \frac{(\sqrt[3]{t}-1)^2}{t}dt$; i) $\int \Big(\frac{2}{1+u^2}-\frac{3}{\sqrt{1-u^2}}\Big)du$.

2. Stosując metodę całkowania przez części wyznaczyć całki:

   a) $\int x\cos x dx$; b) $\int x^2\sin x dx$; c) $\int(x^2+2x+3)\cos x dx$; d) $\int xe^x dx$; e) $\int e^x\cos x dx$; f) $\int 2x\mathrm{arctg} x dx$;
   g) $\int x\ln x dx$.

3. Wykonując wskazane podstawienia obliczyć całki:

   a) $\int xe^{-x^2}dx$, $t=-x^2$; b) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$, $t=\sqrt{x}$; c) $\int \frac{\ln x}{x}dx$, $t=\ln x$; d) $\int \frac{1}{2+x^2}dx$, $t=\frac{x}{\sqrt{2}}$; e) $\int x\sqrt{3+x^2}dx$,
   $t=3+x^2$; f) $\int \frac{x}{(x^2-1)^4}dx$, $t=x^2-1$; g) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$, $t=\frac{x}{2}$; h) $\int \sqrt{\sin x}\cos x dx$, $t=\sin x$.

4. Wykorzystując podstawienia liniowe obliczyć:

   a) $\int \cos 5x dx$; b) $\int e^{(3x-7)}dx$; c) $\int \frac{dx}{1+(2x+1)^2}$; d) $\int \frac{dx}{x^2+6x+10}$; e) $\int \frac{dx}{2x^2+8x+9}$.

5. Stosując metodę całkowania przez części wyznaczyć całki:

   a) $\int xe^{2x}dx$; b) $\int x\cos 3x dx$; c) $\int \mathrm{arctg} x dx$; d) $\int \arcsin x dx$.

6. Wyznaczyć całki z wyrażeń wymiernych:

   a) $\int \frac{dx}{(2x-3)^5}$; b) $\int \frac{x^2dx}{x-2}$; c) $\int \frac{1}{x^2+3x-10}dx$; d) $\int \frac{x}{x^2-4}dx$; e) $\int \frac{2x+7}{x^2+x-2}dx$;
   f) $\int \frac{2x+5}{x^2+4x+5}dx$; g) $\int \frac{2+x}{x-x^2}dx$; h) $\int \frac{x^2+2x+4}{x(x^2+4)}dx$; i) $\int \frac{x^2+x+1}{x^3+x}dx$.

7. Stosując podstawienia $t=\sin x$ lub $t=\cos x$ oraz korzystając ze wzorów trygonometrycznych wyznaczyć całki:

   a) $\int \sin^3 x dx$; b) $\int \cos^5 x dx$; c) $\int \cos^2 2x dx$; d) $\int \sin^4 x dx$; e) $\int 4\cos^2 x\cos^2 x dx$; f) $\int \frac{\sin x dx}{\cos^3 x}$;
   g) $\int \cos^3 x\sin^2 x dx$; h) $\int \sin^3 x\cos^3 dx$; i) $\int \mathrm{ctg} 2x dx$; j) $\int \cos x\cos 2x dx$.

8. Korzystając ze wzorów na całki z podstawowych wyrażeń niewymiernych wyznaczyć całki:

   a) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+5}}$; b) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-x-1}}$; c) $\int \sqrt{x^2-4x+8}dx$; d) $\int \frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}}$; e) $\int \sqrt{5-4x-x^2}$.

9. Korzystając ze wzoru Newtona-Leibniza obliczyć podane całki:

   a) $\int_1^2 \Big(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\Big)dx$; b) $\int_0^1 \frac{x-1}{x+1}dx$; c) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x^2-1}$; d) $\int_1^2 \Big(\frac{1}{x^4}+x^2\Big)dx$; e) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$.

10. Wyznaczyć pola obszarów ograniczonych liniami:

    (a) osią Ox i linią $y=\sin x$ dla $x\in[0,\pi]$;
    (b) osią Ox i linią $y=4-x^2$;
    (c) osią Ox, prostymi $x=1$, $x=5$ i linią $xy=5$;
    (d) osią Ox i wykresem funkcji $f(x)=(x+2)x(x-2)$.

11. Wykonując wskazane podstawienia obliczyć całki:

    a) $\int_1^6 \frac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}$, $3x-2=t^2$; b) $\int_1^3 \frac{xdx}{\sqrt{x+1}}$, $x+1=t$; c) $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{\sqrt{x}(1-x)}$, $x=t^2$;
    d) $\int_0^1 x\sqrt{1+x}dx$, $\sqrt{1+x}=t$; e) $\int_0^3 x\sqrt{9-x^2}dx$, $x=3\sin t$; f) $\int_0^\pi \sin xe^{\cos x}dx$, $u=\cos x$.