

Matematyka dyskretna
seria 3 (zasada szufladkowa Dirichleta
i zasada włączania-wyłączania)

Zadanie 1 Wykazać, że w zbiorze $n + 1$ liczb naturalnych istnieją dwie których różnica dzieli się przez n .

Zadanie 2 Grupa osób wybrała się na piwo. Do wyboru były 3 rodzaje piwa i każda osoba z grupy wypila dokładnie cztery. Co najmniej ile osób musiało być w tej grupie, aby móc stwierdzić, że co najmniej 3 osoby

- a) wypily takie same piwa w identycznej kolejności?
- b) wypily taki sam zestaw piw?

Zadanie 3 Grupa 70 studentów pisała kolokwium składające się z 5 zadań. Za każde zadanie można było otrzymać od 0 do 4 punktów.

- a) Ilu studentów na pewno uzyskało taką samą sumaryczną liczbę punktów?
- b) Jaka jest minimalna liczba studentów w grupie, dla której mamy pewność, że przynajmniej 5 studentów otrzymało taką samą sumaryczną liczbę punktów.

Zadanie 4 Lodziarnia sprzedaje lody złożone z 3 gałek i każda gałka jest w jednym z 5 smaków. Grupa dzieci kupuje lody w tej lodziarni. Wykaż że

- a) jeśli w grupie jest 31 dzieci i każde z nich kupiło loda złożonego z gałek o różnych smakach, to co najmniej 4 z nich będzie miało takiego samego loda.
- b) jeśli w grupie jest 36 dzieci i smaki gałek w lodach mogą się powtarzać, to co najmniej 2 dzieci będzie miało takiego samego loda.

Zadanie 5 Ile jest dodatnich liczb całkowitych nie większych niż 800, które:

- a) nie są podzielne ani przez 3, ani przez 7?
- b) nie są podzielne ani przez 4, ani przez 6?

Zadanie 6 W 30-osobowej klasie 20 uczniów uczy się języka angielskiego, 14 uczniów uczy się języka niemieckiego, a 10 uczniów uczy się francuskiego. Jeśli żadne dziecko nie uczy się wszystkich trzech języków, a 8 uczniów nie uczy się żadnego, to ilu uczy się niemieckiego i francuskiego?

Zadanie 7 Ile jest rozmieszczeń 7 rozróżnialnych kul do 3 rozróżnialnych pudełek, przy których przynajmniej jedno pudełko pozostanie puste?

Zadanie 8 Mamy 7 rozróżnialnych owoców i 3 dzieci. Na ile sposobów możemy rozdzielić owoce pomiędzy dzieci tak, żeby każde dziecko dostało chociaż jeden owoc?

Wskazówka: Rozwiązać poprzednie zadanie.