WPROWADZANIE W TRYB MATEMATYCZNY

ANNA MURANOVA

1. Środowisko trybu matematycznego

1.1. **Przykłady.** x, y, z

$$x$$

$$y$$

$$z$$

$$w \tag{1}$$

$$v$$

1.2. **Zadanie.** Ułomek wewnątrz akapitu $\frac{\frac{1}{x+y}-1}{a+b+c}$ i w trybie eksponowanym

$$\frac{\frac{1}{x+y}-1}{a+b+c}.$$

Inna możliwość wewnątrz akapitu: $\dfrac{\frac{1}{x+y}-1}{a+b+c}$ czy $\dfrac{\frac{1}{x+y}-1}{a+b+c}$.

2. Symbole matematyczny

2.1. **Zadania na wyszukiwanie.**

2.1.1. *Pierwiastki.* $\sqrt{x}$, $\sqrt{x}+3$, $\sqrt{x+3}$, $\sqrt[3]{\sqrt{x}}+7$, $\sqrt[3]{\sqrt{x}+7}$ albo

$$\sqrt[3]{\sqrt{x}+7}.$$

2.1.2. *Litery grecki.* $\alpha, \beta, \Gamma, \gamma, \Delta, \delta, \varepsilon, \epsilon, \Phi, \phi, \varphi, \theta, \vartheta, \ldots$

$$B(x,y) = \frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)}.$$

2.1.3. *Indeksy górny i dolny.* a_5, x^{3+y}, $A_{n+1}^{i,j,k}$, $e^{i\pi} = -1$,

$$a_1 x^2 e^{-\alpha t} a_{ij}^3 e^{x^2} = (e^x)^2$$

2.1.4. *Symbole relacji.* $<, \leq, >, \geq, \neq, \subset, \subseteq, \supset, \in, \supseteq, \|, \not\|, \notin, \not\subset, \neq, \not>, \nparallel$

$$A = \{1, x\} \subseteq B = \{1, 7, x, (b_i)_{i\in I}\} \neq C = \{1, 7, \{x\}, (b_i)_{i\in I}\}.$$

2.1.5. *Zbióry liczbowy.* $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{C}$.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{C}.$$

2.1.6. *Funkcji.* $\cos x, \sin x, \lg x$.

$$\cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)$$

2.1.7. *Logika i teoria mnogości.* $\exists$, $\nexists, \forall, \neg, \wedge, \vee$
Stałą liczbę a nazywamy granicą ciągu, jeśli $\forall \varepsilon > 0$ $\exists N$ że $\forall n > N$ spełniony jest warunek $|a_n - a| < \varepsilon$.

2.1.8. *Sumy, iloczyny i całki.* $\sum\limits_{k=1}^{n}, \prod_{k=1}^{n}, \int_0^{\frac{\pi}{2}}$.

$$A_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$$

$$\exp(\int_s^t a(u)du)s^{-1}g_s(v,v)$$

Dla każdego $n \in \mathbb{N}$ spełniona jest równość

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Także $\forall n \in \mathbb{N}$ spełnia się

$$\prod_{k=2}^{n+1} \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = \frac{n+1}{2n}.$$

Wewnątrz akapitu suma może być napisana jako $\sum_{k=1}^{n} a_n$ albo jako $\sum\limits_{k=1}^{n} a_n$, iloczyn jako $\prod_{k=1}^{n} a_n$ albo $\prod\limits_{k=1}^{n} a_n$.

2.2. **Matematyczne kroje pisma.** ABCdef, $ABCdef$, ABCdef, $\mathfrak{ABCdef}$, $\mathcal{ABC}$, $\mathbb{ABC}$.

The main Theorem says that $\mathcal{P}(\lambda) := \lim\limits_{n\to\infty} \mathcal{P}_n(\lambda)$ exists and is a holomorphic function of λ in the domain $\{\mathrm{Re}\ \lambda > 0\}$ as well as in some other regions.

2.3. **Zadanie. Funkcja Eulera.**

$$\Gamma(z) = \int\limits_0^{+\infty} t^{z-1}e^{-t}dt \tag{2}$$

Drugim sposobem określenia funkcji Γ (dla dowolnych liczb zespolonych) jest:

$$\Gamma(z) = \lim_{n\to+\infty} \frac{n!n^z}{z(z+1)(z+2)\dots(z+n)} = \frac{1}{z}\prod_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1+\frac{1}{n}\right)^z}{1+\frac{z}{n}}. \tag{3}$$

Możemy także określić odwrotność funkcji Gamma następująco (γ to stała Eulera-Mascheroniego):

$$\frac{1}{\Gamma(z)} = ze^{\gamma z} \prod_{n=1}^{\infty} \left[\left(1 + \frac{z}{n}\right) e^{-\frac{z}{n}} \right]. \tag{4}$$

Wzór (2) jest definicją **Funkcji Eulera**.