

WPROWADZANIE W TRYB MATEMATYCZNY

ANNA MURANOVA

1. ŚRODOWISKO TRYBU MATEMATYCZNEGO

1.1. Przykłady. x, y, z

x

y

z

(1) w

v

1.2. **Zadanie.** Ułomek wewnątrz akapitu $\frac{\frac{1}{x+y}-1}{a+b+c}$ i w trybie eksponowanym

$$\frac{\frac{1}{x+y} - 1}{a + b + c}.$$

Inna możliwość wewnątrz akapitu: $\frac{\frac{1}{x+y} - 1}{a + b + c}$ czy $\frac{\frac{1}{x+y} - 1}{a + b + c}$.

2. SYMBOLE MATEMATYCZNY

2.1. Zadania na wyszukiwanie.

2.1.1. *Pierwiastki.* $\sqrt{x}, \sqrt{x+3}, \sqrt{x+3}, \sqrt[3]{\sqrt{x}+7}, \sqrt[3]{\sqrt{x}+7}$ albo

$$\sqrt[3]{\sqrt{x}+7}.$$

2.1.2. *Litery greckie.* $\alpha, \beta, \Gamma, \gamma, \Delta, \delta, \varepsilon, \epsilon, \Phi, \phi, \varphi, \theta, \vartheta, \dots$

$$B(x, y) = \frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)}.$$

2.1.3. *Indeksy górny i dolny.* $a_5, x^{3+y}, A_{n+1}^{i,j,k}, e^{i\pi} = -1,$

$$a_1 x^2 e^{-\alpha t} a_{ij}^3 e^{x^2} = (e^x)^2$$

2.1.4. *Symbole relacji.* $<, \leq, >, \geq, \neq, \subset, \subseteq, \supset, \in, \ni, \parallel, \nparallel, \not\subset, \not\subseteq, \neq, \neq, \neq, \neq$

$$A = \{1, x\} \subseteq B = \{1, 7, x, (b_i)_{i \in I}\} \neq C = \{1, 7, \{x\}, (b_i)_{i \in I}\}.$$

2.1.5. *Zbiory liczbowy.* $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{C}$.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{C}.$$

2.1.6. *Funkcje.* $\cos x, \sin x, \lg x$.

$$\cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)$$

2.1.7. *Logika i teoria mnogości.* $\exists, \forall, \neg, \wedge, \vee$

Stałą liczbę a nazywamy granicą ciągu, jeśli $\forall \varepsilon > 0 \exists N$ że $\forall n > N$ spełniony jest warunek $|a_n - a| < \varepsilon$.

2.1.8. *Sumy, iloczyny i całki.* $\sum_{k=1}^n, \prod_{k=1}^n, \int_0^{\frac{\pi}{2}}.$

$$A_n = \sum_{k=1}^n a_k$$

$$\exp\left(\int_s^t a(u)du\right)s^{-1}g_s(v, v)$$

Dla każdego $n \in \mathbb{N}$ spełniona jest równość

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Także $\forall n \in \mathbb{N}$ spełnia się

$$\prod_{k=2}^{n+1} \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = \frac{n+1}{2n}.$$

Wewnątrz akapitu suma może być napisana jako $\sum_{k=1}^n a_n$ albo jako $\sum_{k=1}^n a_n$, iloczyn jako $\prod_{k=1}^n a_n$ albo $\prod_{k=1}^n a_n$.

2.2. **Matematyczne kroje pisma.** $ABCdef, ABCdef, ABCdef, \mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{d}\mathfrak{e}\mathfrak{f}, \mathbb{A}\mathbb{B}\mathbb{C}, \mathbb{A}\mathbb{B}\mathbb{C}.$

The main Theorem says that $\mathcal{P}(\lambda) := \lim_{n \rightarrow \infty} \mathcal{P}_n(\lambda)$ exists and is a holomorphic function of λ in the domain $\{\operatorname{Re} \lambda > 0\}$ as well as in some other regions.

2.3. **Zadanie. Funkcja Eulera.**

$$(2) \quad \Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt$$

Drugim sposobem określenia funkcji Γ (dla dowolnych liczb zespolonych) jest:

$$(3) \quad \Gamma(z) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!n^z}{z(z+1)(z+2)\dots(z+n)} = \frac{1}{z} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(1 + \frac{1}{n})^z}{1 + \frac{z}{n}}.$$

Możemy także określić odwrotność funkcji Gamma następująco (γ to stała Eulera-Mascheroniego):

$$(4) \quad \frac{1}{\Gamma(z)} = ze^{\gamma z} \prod_{n=1}^{\infty} \left[\left(1 + \frac{z}{n}\right) e^{-\frac{z}{n}} \right].$$

Wzór (2) jest definicją **Funkcji Eulera**.