

Matematyczne aspekty analizy danych (studia stacjonarne)

Dr Anna Muranova

Semestr zimowy 2025/2026, UWM w Olsztynie

Ćwiczenie 4

Zadanie 4.1. Jakie jest prawdopodobieństwo wyrzucenia orla dokładnie 3 razy przy 4-krotnym rzucie monetą symetryczną?

Zadanie 4.2. Rzucamy 5 uczciwych kostek do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że

- (1) wypadnie dokładnie 3 jedynki,
- (2) wypadnie przynajmniej jeden raz dwójka.

Zadanie 4.3. Trzej łucznicy A, B i C strzelają (z łuku) jednocześnie do tej samej tarczy. Łucznik A trafia „dziesiątką” z prawdopodobieństwem $0,7$; łucznik B – $0,6$; łucznik C – $0,4$. Obliczyć prawdopodobieństwo, że:

- (1) „dziesiątką” zostanie co najmniej raz trafiona;
- (2) „dziesiątką” zostanie dokładnie dwa razy trafiona.

Zadanie 4.4. (a) Rzucamy uczciwą sześcienną kostką. Czy zdarzenia:

$$A = \{\text{wyrzucona ilość oczek jest liczbą parzystą}\},$$
$$B = \{\text{wyrzucona ilość oczek jest większa od 2}\}$$

są matematyczne niezależne?

- (b) Rzucamy dwa razy następującym czworościanem foremnym: jedną ścianę pomalowano na niebiesko, drugą na żółto, trzecią na czerwono, a czwartą w pasy w wymienionych kolorach (czyli na niebiesko-żółto-czerwono). Patrzymy na ściankę, na którą upadł. Oznaczamy zdarzenia:

$$A = \{\text{w pierwszym rzucie czworościan upadł na ściankę, na której był kolor niebieski}\},$$
$$B = \{\text{w obu rzutach czworościan upadł na ścianki, na których był tylko kolor niebieski lub tylko żółty}\}.$$

Czy zdarzenia A i B są matematyczne niezależne?

Zadanie 4.5. Rzucamy $n \geq 2$ razy monetą symetryczną. Niech

$$A = \{\text{brak orłów lub dokładnie jeden orzeł}\} \text{ oraz } B = \{\text{same orły lub same reszki}\}$$

Czy są te zdarzenia są niezależne? Czy odpowiedź zależy od n ?

Zadanie 4.6. Karta jest losowana z talii pięćdziesięciu dwóch kart. Rozważmy następujące zdarzenia losowe: A – wylosowana została karta w kolorze karo, B – wylosowana została dama. Czy zdarzenia A i B są niezależne? A jeżeli talia ma 53 karty (z jokerem)?

Zadanie 4.7. Niech rzucono dwa razy symetryczną kostką,

$A = \{\text{przy pierwszym rzucie została rzucona jednostka}\},$

$B = \{\text{suma pojawiających się punktów jest ściśle mniejsza niż cztery}\}.$

Obliczyć prawdopodobieństwo warunkowe zdarzenia A , przy warunku B .

Zadanie 4.8. Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że przy rzucie trzema kostkami do gry

- (1) wypadnie przynajmniej jedna jedynka pod warunkiem, że na wszystkich kostkach wypadną różne liczby.
- (2) wypadnie dokładnie dwie dwójki pod warunkiem, że na wszystkich kostkach wypadną liczby parzyste.

Zadanie 4.9. Łucznik trafia w tarczę z prawdopodobieństwem 40%, przy czym jest 60% szansy na to, że jeśli trafi w tarczę, to trafi w środek tarczy. Obliczyć, jakie jest prawdopodobieństwo, że strzelec trafi w środek tarczy.

Zadanie 4.10. * Na loterii mamy 40% losów wygrywających, 50% losów przegrywających oraz 10% losów „Graj dalej!” - pozwalających na wyciągnięcie następnego losu. Jakie jest prawdopodobieństwo wygranej?

Zadanie 4.11. Badanie kliniczne pokazało, że w grupie 980 porodów powikłanych, 437 urodzeń przypadało na dziewczynki. W populacji generalnej częstość urodzeń się dziewczynek wynosi 485 na 1000 porodów.

Niech ilość dziewczynek ma rozkład dwumianowy z parametrem θ . Narysuj, używając `sympy`, wykresy gęstości parametru θ w obu przypadkach na jednym wykresie. Jak znamienna jest różnica? (Jakie θ z dokładnością 2 znaki po przecinku jest najwiarygodniej w każdym przypadku?)