

Matematyczne aspekty analizy danych (studia stacjonarne)

Dr Anna Muranova

Semestr zimowy 2025/2026, UWM w Olsztynie

Ćwiczenie 3

Zadanie 3.1. Oblicz na karteczce pochodną funkcji $f(x)$, korzystając wyłącznie z definicji, dla wszystkich x a potem dla $x_0 = 3$

(a) $f(x) = x^3 - 2x$

(b) $f(x) = 3x^2 + 1$

Oblicz te same pochodne w **sympy** i znajdź numeryczną wartość dla $x_0 = 3$.

Zadanie 3.2. Narysuj w **sympy** wykresy funkcje z ćwiczenia 2.

Zadanie 3.3. Oblicz na karteczce pochodną funkcji $f(x)$ dla wszystkich x a potem dla x_0

(a) $f(x) = \frac{5x^4 - 3x^3 - 2x^2 - 7x + 4}{x^2}, x_0 = 1$

(b) $f(x) = (3x + \sin x)^2, x_0 = \pi/2$

Oblicz te same pochodne w **sympy** i znajdź numeryczną wartość dla x_0 .

Zadanie 3.4. Dla funkcje z ćwiczenia 3 narysuj wykresy razem z wykresami stycznych w punkcie x_0 dla $x \in [0.5, 2]$.

Wskazówka: dopasuj zakres x .

Zadanie 3.5. Oblicz całkę oznaczoną, używając **sympy** z obliczeniem całki nieoznaczonej i bez:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3(x)}{\sin^3(x) + \cos^3(x)} dx.$$

Zadanie 3.6. *Pole ograniczone przez dwie funkcje f i g na przedziale $[a, b]$, gdzie $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, wyraża się wzorem:

$$\int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

Używając **sympy**, napisz funkcję, która dla wyrażeń symbolicznych opisujących f i g , symbolu x oraz liczb a i b , wyznacza to pole. Oblicz dwa przypadki testowe (które możesz sprawdzić na karteczce!), oblicz pole numeryczne.