Matematyczne aspekty analizy danych
(studia stacjonarne)

Dr Anna Muranova
Semestr zimowy 2024/2025, UWM w Olsztynie

Zajęcie 4

Ćwiczenie 1. Jakie jest prawdopodobieństwo wyrzucenia orla dokładnie 3 razy przy 4-krotnym rzucie monetą symetryczną?

Ćwiczenie 2. Rzucamy 5 uczciwych kostek do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że

(1) wypadnie dokładnie 3 jedynki,

(2) wypadnie przynajmniej jeden raz dwójka.

Ćwiczenie 3. Trzej łucznicy A, B i C strzelają (z łuku) jednocześnie do tej samej tarczy. Łucznik A trafia „dziesiątka" z prawdopodobieństwem $0,7$; łucznik $B - 0,6$; łucznik C $- 0,4$. Obliczyć prawdopodobieństwo, że:

(1) „dziesiątka" zostanie co najmniej raz trafiona;

(2) „dziesiątka" zostanie dokładnie dwa razy trafiona.

Ćwiczenie 4. (a) Rzucamy uczciwą sześcienną kostką. Czy zdarzenia:

$$A = \{\text{wyrzucona ilość oczek jest liczbą parzystą}\},$$
$$B = \{\text{wyrzucona ilość oczek jest większa od 2}\}$$

są matematyczne niezależne?

(b) Rzucamy dwa razy następującym czworościanem foremnym: jedną ścianę pomalowano na niebiesko, drugą na żółto, trzecią na czerwono, a czwartą w pasy w wymienionych kolorach(czyli na niebiesko-żółto-czerwono). Patrzymy na ściankę, na którą upadł. Oznaczamy zdarzenia:

$$A = \{\text{w pierwszym rzucie czworościan upadł na ściankę, na której był kolor niebieski}\},$$
$$B = \{\text{w obu rzutach czworościan upadł na ścianki, na których był tylko kolor niebieski lub tylko żółty}\}.$$

Czy zdarzenia A i B są matematyczne niezależne?

Ćwiczenie 5. Rzucamy $n \geq 2$ razy monetą symetryczną. Niech

$A = \{\text{brak orłów lub dokładnie jeden orzeł}\}$ oraz $B = \{\text{same orły lub same reszki}\}$

Czy są te zdarzenia są niezależne? Czy odpowiedź zależy od n?

Ćwiczenie 6. Karta jest losowana z talii pięćdziesięciu dwóch kart. Rozważmy następujące zdarzenia losowe: A – wylosowana została karta w kolorze karo, B – wylosowana została dama. Czy zdarzenia A i B są niezależne? A jeżeli talia ma 53 karty (z jokerem)?

Ćwiczenie 7. Niech rzucono dwa razy symetryczną kostką,

$$A = \{\text{przy pierwszym rzucie została rzucona jednostka}\},$$
$$B = \{\text{suma pojawiających się punktów jest ściśle mniejsza niż cztery}\}.$$

Obliczyć prawdopodobieństwo warunkowe zdarzenia A, przy warunku B.

Ćwiczenie 8. Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że przy rzucie trzema kostkami do gry

(1) wypadnie przynajmniej jedna jedynka pod warunkiem, że na wszystkich kostkach wypadną rożne liczby.

(2) wypadnie dokładnie dwie dwójki pod warunkiem, że na wszystkich kostkach wypadną liczby parzyste.

Ćwiczenie 9. Łucznik trafia w tarczę z prawdopodobieństwem 40%, przy czym jest 60% szansy na to, że jeśli trafi w tarczę, to trafi w środek tarczy. Obliczyć, jakie jest prawdopodobieństwo, że strzelec trafi w środek tarczy.

Ćwiczenie 10. * Na loterii mamy 40% losów wygrywających, 50% losów przegrywających oraz 10% losów „Graj dalej!" - pozwalających na wyciągnięcie następnego losu. Jakie jest prawdopodobieństwo wygranej?

Ćwiczenie 11. Badanie kliniczne pokazało, że w grupie 980 porodów powikłanych, 437 urodzeń przypadało na dziewczynki. W populacji generalnej częstość urodzeń się dziewczynek wynosi 485 na 1000 porodów.

Niech ilość dziewczynek ma rozkład dwumianowy z parametrem θ. Narysuj, używając `sympy`, wykresy gęstości parametru θ w obu przypadkach na jednym wykresie. Jak znamienna jest różnica? (Jakie θ z dokładnością 2 znaki po przecinku jest najwiarygodniej w każdym przypadku?)