Praca domowa z Geometrii z algebrą liniową
dla kierunku Informatyka, rok akadem. 2015/2016

Praca domowa nr 6 - na 20.01.2016r.

Zad. 1. Korzystając z odpowiednich macierzy zmiany bazy, znaleźć macierz przekształcenia liniowego

$$F : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2, \quad F(x) = [x_1 - x_2, x_2 - x_3]^T$$

w bazach $([1,2,2]^T, [1,1,1]^T, [1,1,2]^T)$ i $([1,1]^T, [1,0]^T)$.

Zad. 2. Pokazać, że macierz

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

nie ma rzeczywistych wartości własnych, ale ma zespolone wartości własne. Wyznaczyć odpowiadające im wektory własne.

Zad. 3. Wyznaczyć wartości własne i podprzestrzenie własne endomorfizmu

$$f(p)(t) = p'(t) + p(t), \quad p(t) \in \mathbb{R}[t]_2$$

w bazie standardowej.

Zad. 4. Niech

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & -1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Obliczyć A^{50}.

Zad. 5. Wyznaczyć wartości własne macierzy

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & -4 \\ 0 & -4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Dla każdej wartości własnej λ wyznaczyć bazę podprzestrzeni własnej V_λ. Pokazać, że macierz A jest diagonalizowalna i wyznaczyć macierz C taką, że macierz CAC^{-1} jest diagonalna.

Zad. 6. Wyznaczyć rozkład Jordana (czyli przedstawić jako iloczyn CJC^{-1}) macierzy

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & -4 \\ 0 & -4 & 2 \end{bmatrix}.$$