Praca domowa nr 5 - na 18.12.2015r.

Zad. 1. W przestrzeni $\mathbb{R}^4$ ze standardowym iloczynem skalarnym przeprowadzić ortogonalizację Grama-Schmidta układu wektorów

$$\vec{v}_1 = [1, 1, -1, -1]^T, \quad \vec{v}_2 = [-3, 1, -1, 3], \quad \vec{v}_3 = [6, -4, -2, 0].$$

Zad. 2. Uzyskany w poprzednim zadaniu układ wektorów uzupełnić do bazy ortogonalnej przestrzeni $\mathbb{R}^4$ i wyznaczyć współrzędne wektora $\vec{e}_1$ w tej bazie.

Zad. 3. W przestrzeni euklidesowej $\mathbb{R}^4$ ze standardowym iloczynem skalarnym dana jest podprzestrzeń liniowa

$$X = \left\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^4 : x_1 - x_2 - x_4 = x_2 + x_3 - x_4 = 0 \right\}.$$

Znaleźć bazy ortogonalne podprzestrzeni X i $X^\perp$.

Zad. 4. Wyznaczyć rzuty ortogonalne wektora $[3, 3, 3, 3]^T$ na podprzestrzenie X i $X^\perp$ z poprzedniego zadania.

Zad. 5. Przekształcenie liniowe $f \in L(\mathbb{R}^{,}\mathbb{R}^2)$ spełnia

$$f([1, 2, 1]^T) = [7, 2]^T, \quad f([3, 2, 4]^T) = [0, 17]^T, \quad f([5, 1, 2]^T) = [17, 12]^T.$$

Znaleźć macierz $A \in \mathbb{R}^{2,3}$ taką, że $f(\vec{x}) = A\vec{x}$ dla każdego $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$.

Zad. 6. Wyznaczyć macierz przekształcenia liniowego $F \in L(\mathbb{R}[x]_2, \mathbb{R}[x]_2)$,

$$F(p)(t) = p(t-1) - p(t),$$

w bazie $t, t-1, t^2+1$ w dziedzinie i $t, t+1, t^2-1$ w przeciwdziedzinie.