

Praca domowa nr 3 - na 25.11.2015r.

Zad. 1. Dla jakiego parametru $t \in \mathbb{R}$ określamy podprzestrzenie w \mathbb{R}^4

$$X = \text{span}\{[1, 2, t, t^2]^T, [1, 0, t, -t^2]^T\},$$

$$Y = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^4 : x_1 + tx_3 = x_4 = 0\}.$$

Dla jakich t suma $X + Y$ jest prosta?

Zad. 2. W przestrzeni $\mathbb{R}^{2,2}$ dana jest podprzestrzeń liniowa

$$X = \{A \in \mathbb{R}^{2,2} : [1, 1]A = [0, 0]\}.$$

Określić $\dim X$ i znaleźć bazę podprzestrzeni $Y \subset \mathbb{R}^{2,2}$ takiej, że

$$X \oplus Y = \mathbb{R}^{2,2}.$$

Zad. 3. Dana jest macierz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & -3 & 3 & -1 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & -5 & -2 & 4 & -5 \\ 2 & -3 & 1 & -6 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Znaleźć bazę jądra macierzy A i określić jej rząd.

Zad. 4. Wektory $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in \mathbb{R}^{2015}$ są liniowo niezależne. Wyznaczyć bazy obrazu i jądra macierzy

$$A = [\vec{x} + \vec{y}, \vec{x} - \vec{y}, \vec{x} + \vec{z}, \vec{x} - \vec{z}, \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}] \in \mathbb{R}^{2015,5}.$$

Zad. 5. W \mathbb{R}^5 dana jest podprzestrzeń liniowa X wymiaru 3. W $\mathbb{R}^{5,4}$ rozważmy podzbiór

$$V = \{A \in \mathbb{R}^{5,4} : \text{im}A \subset X\}.$$

Pokazać, że V jest podprzestrzenią liniową w $\mathbb{R}^{5,4}$ i znaleźć jej wymiar.