

Praca domowa nr 2 - na 04.11.2015r.

Zad. 1. Wyznaczyć, o ile istnieje, macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{bmatrix}.$$

Zad. 2. Dla $\theta \in \mathbb{R}$ wyznaczyć macierz $C_\theta \in \mathbb{R}^{2,2}$ taką, że odwzorowanie

$$\mathbb{R}^2 \ni \vec{x} \mapsto C_\theta \vec{x}$$

jest symetrią względem prostej przechodzącej przez początek układu współrzędnych i nachylonej do osi Ox pod kątem θ .

Zad. 3. Układ równań

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -7, \\ 3x_2 - 2x_3 = 7, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 7, \end{cases}$$

zapisać w postaci macierzowej i znaleźć wszystkie jego rozwiązania $\vec{x} = [x_1, x_2, x_3]^T$.

Zad. 4. Które podzbiory są podprzestrzeniami liniowymi w przestrzeni liniowej $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$?

- (a) zbiór wszystkich funkcji okresowych;
- (b) zbiór wszystkich funkcji o okresie 2π ;
- (c) zbiór wszystkich funkcji dodatnich;
- (d) zbiór wszystkich funkcji parzystych;
- (e) zbiór wszystkich funkcji nieograniczonych;
- (f) zbiór wszystkich funkcji f takich, że $f(1) = 0$;
- (g) zbiór wszystkich funkcji f takich, że $f(k) = 0$ dla każdego $k \in \mathbb{Z}$;
- (h) zbiór wszystkich funkcji f takich, że istnieje stała C taka, że $|f(x)| \leq C|x|^{-1}$ dla $x \neq 0$;
- (i) zbiór wszystkich funkcji f takich, że istnieje stała M taka, że $f(x) = 0$ dla $|x| > M$.

Zad. 5. Pokazać, że zbiór $V = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 : x_1 - x_2 = 2x_3\}$ jest podprzestrzenią liniową w \mathbb{R}^3 i znaleźć liniowo niezależny układ wektorów rozpinający V .

Zad. 6. Dla jakich liczb zespolonych z wektory

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 + z^2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 + z^4 \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^3$$

są liniowo niezależne?