

Ćwiczenia 6 Podstawowe charakterystyki częstotliwościowe dynamicznych układów liniowych

Charakterystykami częstotliwościowymi układu liniowego nazywa się odpowiednio przedstawione zależności wartości transmitancji widmowej od pulsacji ω [$\frac{rad}{s}$] wymuszenia. Do najczęściej spotykanych charakterystyk częstotliwościowych zalicza się charakterystykę amplitudowo-fazową, logarytmiczną charakterystykę modułu oraz logarytmiczną charakterystykę fazową.

Transmitancja widmowa

Transmitancję widmowa łączy z transmitancją operatorowa zależność

$$G(j\omega) = G(s)|_{s=j\omega}$$
$$G(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$$

Charakterystyka amplitudowa

Charakterystyką amplitudową ciągłego układu liniowego, opisanego transmitancją operatorową $G(j\omega)$, nazywamy funkcję rzeczywistą zmiennej rzeczywistej „ ω ”, której wartości są określone następującym wzorem:

$$F_a(\omega) = |G(j\omega)|$$

Wyznaczenie charakterystyki amplitudowej polega na narysowaniu wykresu modułu transmitancji operatorowej $G(j\omega)$ w funkcji zmiennej ω . Charakterystyka amplitudowa określa wzmocnienie amplitudy sinusoidy o częstotliwości ω podanej na wejście układu, powodowane przez obiekt.

Charakterystyka fazowa

Charakterystyką fazową ciągłego układu liniowego, opisanego transmitancją operatorową $G(j\omega)$, nazywamy funkcję rzeczywistą zmiennej rzeczywistej „ ω ”, której wartości są określone następującym wzorem:

$$F_f(\omega) = \arg(G(j\omega))$$

Wyznaczenie charakterystyki fazowej polega na narysowaniu wykresu argumentu transmitancji operatorowej $G(j\omega)$ w funkcji zmiennej ω . Charakterystyka fazowa określa przesunięcie w fazie sinusoidy o częstotliwości ω podanej na wejście układu, powodowane przez obiekt, w odniesieniu do fazy tej sinusoidy.

Charakterystyka amplitudowo-fazowa (wykres Nyquista)

$$G(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$$

Charakterystyką amplitudowo-fazową nazywa się wykres transmitancji widmowej na płaszczyźnie zmiennej zespolonej, przy czym na osi rzędnych (osi liczb rzeczywistych) odłożona jest wartość $P(\omega)$, a na osi odciętych (osi liczb urojonych) wartość $Q(\omega)$.

Każdemu punktowi charakterystyki amplitudowo-fazowej odpowiada odczytana wartość amplitudy i przesunięcia fazowego po zaniknięciu składowych wykładniczych odpowiedzi na wymuszenie sinusoidalne o określonej pulsacji

Logarytmiczne charakterystyki modułu i fazy (wykresy Bodego)

Logarytmiczną charakterystykę fazową nazywamy wykres argumentu transmitancji widmowej w funkcji logarytmu dziesiętnego pulsacji.

$$\varphi(\omega) = \arg(G(j\omega)) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$$

Gdzie $\omega = \log(\omega)$

Logarytmiczną charakterystykę amplitudową nazywamy wykres wzmocnienia logarytmicznego w funkcji logarytmu dziesiętnego pulsacji.

$$Lm(\omega) = 20 * \log \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$$

Gdzie $\omega = \log(\omega)$

Logarytmiczna charakterystyka amplitudowo-fazowa (wykres Nicholasa)

Polecenie potrzebne do ćwiczeń

BODE wyznacza odpowiedź częstotliwościową Bodego.

- `BODE(SYS)` wywołanie to kreśli charakterystykę Bodego, częstotliwość i liczba punktów są dobierane automatycznie.
- `BODE(SYS,{WMIN,WMAX})` wywołanie to kreśli charakterystykę Bodego dla częstotliwości pomiędzy WMIN a WMAX w radianach na sekundę.
- `BODE(SYS,W)` wywołanie to umożliwia samodzielne określenie częstotliwości w radianach na sekundę dla których charakterystyka jest kreślona podanych w wektorze W, do którego generowania można użyć funkcji LOGSPACE.
- `BODE(SYS1,SYS2,...,W)` wywołanie to kreśli, z możliwością wykorzystania wektora W, charakterystyki Bodego dla wielu układów na jednym wykresie, można też określić kolor oraz styl linii dla każdego z układów np. `bode(sys1,'r',sys2,'y',sys3,'gx')`.
- `[MAG,PHASE,W] = BODE(SYS,...)` wywołanie to zwraca wektor częstotliwości W oraz odpowiadającym poszczególnym częstotliwościom macierze MAG i PHASE zawierające odpowiednio wzmocnienie w dB oraz fazę w stopniach. Wywołanie to nie kreśli wykresu. Jeżeli pominięty zostanie wektor W to funkcja określi go samodzielnie.

NYQUIST wyznacza odpowiedź częstotliwościową Nyquista.

- **NYQUIST(SYS)** wywołanie to kreśli charakterystykę Nyquista dla układu, częstotliwość i liczba punktów dobierane są automatycznie.
- **NYQUIST(SYS,{WMIN,WMAX})** wywołanie to kreśli charakterystykę Nyquista dla częstotliwości pomiędzy WMIN a WMAX w radianach na sekundę.
- **NYQUIST(SYS1,SYS2,...,W)** wywołanie to kreśli, z możliwością wykorzystania wektora W, charakterystyki Nyquista dla wielu układów na jednym wykresie, można też określić kolor oraz styl linii dla każdego z układów np. `bode(sys1,'r',sys2,'y--',sys3,'gx')`.
- **[RE,IM,W] = NYQUIST(SYS,...)** wywołanie to zwraca wektor częstotliwości W i macierze RE i IM z rzeczywistą i urojoną częścią płaszczyzny zespolonej, wywołanie to nie kreśli wykresu.

NICHOLS wyznacza odpowiedź częstotliwościową wykreśloną na karcie Nicholsa.

- **NICHOLS(SYS)** wywołanie to kreśli charakterystykę Nicholsa dla układu, częstotliwość i liczba punktów dobierane są automatycznie.
- **NICHOLS(SYS,{WMIN,WMAX})** wywołanie to kreśli charakterystykę Nicholsa dla częstotliwości pomiędzy WMIN a WMAX w radianach na sekundę.
- **NICHOLS(SYS,W)** wywołanie to umożliwia samodzielne określenie częstotliwości w radianach na sekundę dla których charakterystyka jest kreślona podanych w wektorze W, do którego generowania można użyć funkcji LOGSPACE.
- **NICHOLS(SYS1,SYS2,...,W)** wywołanie to kreśli, z możliwością wykorzystania wektora W, charakterystyki Nyquista dla wielu układów na jednym wykresie, można też określić kolor oraz styl linii dla każdego z układów np. `nichols(sys1,'r',sys2,'y--',sys3,'gx')`.
- **[MAG,PHASE,W] = NICHOLS(SYS,...)** wywołanie to zwraca wektor częstotliwości W oraz odpowiadającym poszczególnym częstotliwościom macierze MAG i PHASE zawierające odpowiednio wzmocnienie w dB oraz fazę w stopniach. Wywołanie to nie kreśli wykresu. Jeżeli pominięty zostanie wektor W to funkcja określi go samodzielnie.

LTIVIEW udostępnia interakcyjny graficzny interfejs użytkownika dla porównań czasowych i częstotliwościowych odpowiedzi układów.

LTIVIEW(PLOTTYPE) wywołanie to generuje przypadkowy układ dla którego kreśli odpowiedź. **PLOTTYPE** określa rodzaj odpowiedzi. W pole **PLOTTYPE** można wstawić:

- 1) 'step'
- 2) 'impulse'
- 3) 'bode'
- 4) 'nyquist'
- 5) 'nichols'
- 6) 'sigma'
- 7) 'lsim'
- 8) 'initial'

LTIVIEW(PLOTTYPE,SYS) wywołanie to kreśli zadany rodzaj odpowiedzi dla zadanego układu.

LTIVIEW(PLOTTYPE,SYS1,SYS2,...SYSN) wywołanie to kreśli odpowiedzi wielu układów na jednym wykresie.

ZPK (zero-pole-gain) układ opisany przez iloczyn zer, biegunów i wzmacnienie

❑ $SYS = ZPK(Z,P,K)$ tworzy układ ciągły.

❑ $SYS = ZPK(Z,P,K,T)$ tworzy układ dyskretny z czasem próbkowania T.

$h=zpk(0,[1-i \ 1+i] 2,$

utworzy układ o transmitancji

$$\frac{-2s}{(s-2)(s^2-2s+2)}$$

Obiekty MIMO

$Z = \{[], -5; [1-i \ 1+i], []\};$

$P = \{0, [-1 \]; [1 \ 2 \ 3], []\}$

$K = [-1 \ 3; 2 \ 0];$

$H=zpk(Z,P,K)$

tworzy macierz

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{-1}{s} & \frac{3(s+5)}{(s+1)} \\ \frac{2(s^2-2s+2)}{(s-1)(s-2)(s-3)} & 0 \end{bmatrix}$$

Zadania

Zad 1. Narysuj charakterystyki Nicholasa, Bodego i Nyquista dla układów o podanych transmitancjach:

- a) $G(s)=2/(s+2)$
- b) $G(s)=-2s/(s^2+3s+2)$
- c) $G(s)=s/(s^2+5s+6)$
- d) $G(s)=2s^2-1/(s^4+3s^3+s^2+s+4)$
- e) Układ ciągły o 1 wejściu i 2 wyjściach
 $T_{11} = -5/(s-1) \quad T_{21} = (s^2-5s+6)/(s^2+s)$

f) Układ ciągły o 2 wejściach i 3 wyjściach

$$\begin{aligned} T_{11} &= -5/(s^2-1) & T_{12} &= (-5s+6)/(s^2+s-4) \\ T_{21} &= (s+1)/(s^3-1) & T_{22} &= (s^2-5s+6)/(s^3-s) \\ T_{31} &= -5/(s-1) & T_{32} &= (5s+6)/(s^2+s-3) \end{aligned}$$

g) Układ ciągły o 3 wejściach i 2 wyjściach

$$\begin{aligned} T_{11} &= (-5s^2-4)/(s^2-1) & T_{12} &= (-5s+6)/(s^2+2s) & T_{13} &= (s+1)/(s^3-1) \\ T_{21} &= (2s^2-5s+6)/(s^3-s) & T_{22} &= (s^3-s)/(s^4-1) & T_{23} &= 5s^2/(s^4+s-6) \end{aligned}$$

Zad 2.

Dla następującego układu ciągłego:

$$T(s) = \left(\frac{\frac{\omega^2}{(s + 0.001 - \omega j)(s + 0.001 + \omega j)}}{\frac{1}{\left(s + \frac{1}{T_1}\right)\left(s + \frac{1}{T_2}\right)}} \right)$$

Wyznacz charakterystyki Bodego, Nyquista, Nicholsa dla parametrów

- a) $\omega=1$ $T_1=15$ $T_2=30$
- b) $\omega=3$ $T_1=22$ $T_2=37,5$
- c) $\omega=5$ $T_1=30$ $T_2=45$

wyznacz te charakterystyki na jednym wykresie i porównaj, zastanów się jaki wpływ mają poszczególne parametry.