1. Dane są $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 2 & 7 & 1 & 3 & 8 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ i $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 6 & 7 & 1 & 8 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$. Permutację $\sigma^{-1}\tau$ przedstawić w postaci złożenia cykli rozłącznych i określić jej znak. Czy $\sigma^{-1}\tau$ jest sprzężona z permutacją $(1,2,3,4)(5,6)$.

2. Wyznaczyć permutację ξ z równania $(1,5,3,2,7)\xi(1,4,6,3,5) = (1,3,7,2,4)$. Ile w S_7 jest permutacji podobnych do ξ?

3. Wyznaczyć jądro i obraz endomorfizmu liniowego o macierzy $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 4 \\ 1 & 5 & 6 & 9 \\ 2 & 2 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

4. Wyznaczyć wektory, wartości własne i podprzestrzenie niezmiennicze przekształcenia $L : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 : \ [x,y] \mapsto [-2x+3y, 4x+2y]$. Czy przekształcenie to ma bazę wektorów własnych?

5. Wyznaczyć wektory i wartości własne macierzy $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy ma ona bazę wektorów własnych?

6. Wyznaczyć macierz przekształcenia $L : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 : \ [x,y] \mapsto [-2y, 3x+5y]$ w bazie $\{[1,-1],[-2,3]\}$.

7. Sprawdzić, czy macierze $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ i $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ są podobne. Uzasadnić.

8. Wyznaczyć ortogonalną bazę podprzestrzeni $lin\{[1,1,0,1],[2,-1,0,2],[1,1,1,2]\}$.

9. Dane są punkty $A = (1,1,3)$, $B = (4,2,4)$ i $C = (2,3,5)$, $D = (2,3,6)$. Wyznaczyć objętość czworościanu $ABCD$, pole ściany ABC i równanie płaszczyzny zawierającej tę ścianę.

10. Zdiagonalizować ortogonalnie macierz $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$. Wskazać odpowiednią macierz diagonalną i ortogonalną macierz zmiany bazy.

Uwaga 1 *Zestaw rozbudowałem nieco. Na kolokwium będzie 7 zadań.*