

Informatyka ISI. Lista 6. Macierze podobne, ortogonalizacja, geometria analityczna.

- Sprawdzić, czy dane dwie macierze są podobne:
 - $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; c) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$;
 - $\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -7 & -2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$; e) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; f) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.
- Zortogonalizować metodą Grama-Schmidta dane układy wektorów:
 - $[1, 2, 1]$, $[2, 1, 2]$; b) $[1, 1, 0, 1]$, $[2, -1, 0, 2]$, $[1, 1, 1, 2]$; c) $[1, 1, -1, 0]$, $[3, 2, -1, 1]$, $[4, -1, 0, 2]$.
- Wskazać bazy ortonormalne danych podprzestrzeni przestrzeni E^3 i E^4 :
 - $\text{lin}\{[2, 1, 2], [3, 3, 0]\}$; b) $\text{lin}\{[[1, 0, 1, 1], [4, 0, 4, 1], [2, 1, 1, 1]]\}$.
- Wyznaczyć kąty pomiędzy \vec{a} i \vec{b} : a) $\vec{a} = [1, 2, 2]$, $\vec{b} = [2, -1, 2]$, b) $\vec{a} = [1, 2, 3]$, $\vec{b} = [1, 0, 0]$.
- Sprawdzić, czy punkty $A = (1, 2, 1)$, $B = (2, 3, 4)$, $C = (0, 3, 3)$ i $D = (3, 5, 5)$ są współpłaszczyznowe.
- Obliczyć: a) $[4, 2, 3] \times [1, 1, 5]$, b) $[2, 3, 3] \times [2, 1, 2] + [2, 3, 3] \times [2, 5, 4]$, c) $([2, 1, 4] \times [3, -1, 2]) \circ [1, 1, 2]$.
- Wskazać bazę ortogonalną przestrzeni E^3 zawierającą \vec{v} (wykorzystać iloczyn wektorowy):
 - $\vec{v} = [4, 2, 3]$; b) $\vec{v} = [1, -1, 1]$.
- Zdiagonalizować ortogonalnie dane macierze symetryczne. Wskazać odpowiednie macierze diagonalne i ortogonalne
 - $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}$; c) $\begin{bmatrix} 11 & -2 \\ -2 & 14 \end{bmatrix}$; d) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$; e) $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$; f) $\begin{bmatrix} 7 & -4 & 4 \\ -4 & 1 & 8 \\ 4 & 8 & 1 \end{bmatrix}$.
- Wyznaczyć pola trójkąta ABC , gdy $A = (3, 1, 4)$, $B = (1, 3, 5)$, $C = (1, -1, 3)$ oraz odległość punktu C od prostej AB .
- Dla czworościanu o wierzchołkach $A = (4, 3, 3)$, $B = (3, 6, 3)$, $C = (3, 4, 6)$, $D = (2, 3, 2)$ wyznaczyć objętość i długość jego wysokości opuszczonej z wierzchołka D .
- Napisać równanie płaszczyzny spełniającej dane warunki:
 - przechodzącej przez punkt $P = (1, -2, 4)$ i prostopadłej do wektora $\vec{N} = [4, 3, -2]$;
 - przechodzącej przez punkty $P = (1, 2, 3)$, $Q = (3, 4, 1)$ i $R = (4, 2, 2)$;
 - zawierającej prostą $l_1 : \frac{x}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{-2}$ i równoległej do prostej $l_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = z - 1$.
- Podać postać parametryczną i kanoniczną prostej spełniającej dane warunki:
 - przechodzącej przez punkty $P = (2, 0, 1)$, $Q = (-2, 2, 4)$;
 - przechodzącej przez punkt $P = (0, -2, 5)$ i prostopadłej do płaszczyzny $\Pi : 3x - y + 4z - 7 = 0$;
 - krawędzi płaszczyzn $\Pi_1 : x - 2y + z = -1$ i $\Pi_2 : 2x + y + z = 3$.
- Znaleźć punkt symetryczny do punktu $P = (0, 1, 3)$ względem:
 - punktu $S = (1, 0, -1)$; b) prostej $l : \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{3}$; c) płaszczyzny $\Pi : x + y + z = 0$.
- Obliczyć odległość:
 - płaszczyzn równoległych $\Pi_1 : 2x - y + 2z + 7 = 0$, $\Pi_2 : 2x - y + 2z - 2 = 0$;
 - prostych równoległych $l_1 : \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$, $l_2 : \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-3}{2}$;
 - prostych skośnych $l_1 : \frac{x-5}{4} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{1}$, $l_2 : \frac{x}{-2} = \frac{y+7}{9} = \frac{z-2}{2}$.
- Wyznaczyć kąt pomiędzy:
 - prostą $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = z - 1$ i płaszczyzną $\Pi : x - 2y - 2z + 5 = 0$;
 - płaszczyznami $\Pi_1 : x - 2y + 4z - 5 = 0$ i $\Pi_2 : 2x + y - 2z + 3 = 0$.
- Wyznaczyć odległość pomiędzy rozłącznymi przekątnymi sąsiednich ścian sześcianu o boku 10 cm.