

Lista zadań z geometrii. Nr 4

- Przy danej jednostce długości skonstruować odcinki długości:
(a) $\sqrt{1+\sqrt{3}}$; (b) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$; (c) $\sqrt[4]{5}$; (d) $\frac{2}{\sqrt{3-\sqrt{2}}}$; (e) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{3}-1}$. W (a), (b) znaleźć wielomiany o współczynnikach wymiernych, których pierwiastkami są dane liczby.
- Ustalić dla jakich liczb naturalnych $n \leq 30$, n -kąąt foremny można skonstruować za pomocą cyrkla i linijki. Czy można skonstruować: (a) 40-kąąt; (b) 50-kąąt; (c) 60-kąąt foremny?
- Które z kątów są konstruowalne: (a) $\frac{\pi}{56}$ (b) $\frac{\pi}{51}$; (c) $\frac{\pi}{45}$; (d) 10° (e) 9° .
- Opierając się na konstrukcji pięciokąta foremnego opisać konstrukcje 20- i 15-kąta foremnego wpisanego w dany okrąg.
- Zakładając, że dany jest 17-kąąt foremny opisać konstrukcję 51-kąta i 85-kąta foremnego.
- Czy istnieje trójkąt prostokątny, w którym jeden z kątów ostrych ma miarę 8 razy większą niż drugi i czy można go skonstruować?
- Czy istnieje trójkąt równoramienny ABC , dla którego długość ramienia AB jest równa długości odcinka dwusiecznej BB' kąta przy podstawie BC i czy można go skonstruować mając $|AB|$.
- Wyznaczyć obrazy w inwersji \mathbf{S}_{O_4} ($O = (0)$) okręgów i prostej o danych równaniach:
(a) $|z| = 8$; (b) $|z - 5| = 3$; (c) $|z - 3i| = 1$; (d) $|z - 2i| = 2$; (e) $|z - 4| = 4$; (f) $|z| = |z - 4 - 4i|$.
- Wyznaczyć równanie okręgu przechodzącego przez punkty $A = (4 + 2i)$, $B = (2 + 4i)$ i ortogonalnego do okręgu $|z - 4 - 4i| = 4$.
- Wyznaczyć wzór inwersji przeprowadzającej okrąg $|z| = 1$ w
(a) prostą $x = 4$; (b) okrąg $|z - 3| = 2$.
- Skonstruować okrąg ortogonalny do dwóch danych okręgów przechodzący przez dany punkt.
- Dla danych różnych punktów O, A, A' , gdzie A' należy do półprostej OA znaleźć okrąg inwersji o środku O , która przeprowadza A w A' .
- Dane są okrąg ω i prosta a . Znaleźć okrąg inwersji, która przeprowadza ω w a .
- Dane są okręgi ω i ω' o różnych promieniach. Znaleźć okrąg inwersji, która przeprowadza ω w ω' .
- Dane są punkty A, B i okrąg ω (A, B nie leżą w kole o brzegu ω). Znaleźć okrąg styczny do ω , który przechodzi przez A i B .
- Używając tylko cyrkla skonstruować:
(a) środek danego odcinka,
(b) punkt dzielący dany odcinek w stosunku 1:2,
(c) rzut prostokątny danego punktu na daną prostą,
(d) środek danego okręgu,
(e) kwadrat $ABCD$ mając dane końce boku AB .
- Wyznaczyć złożenie $\varphi \circ \psi \circ \varphi$ dla $\varphi(z) = \bar{z} + 2i$, $\psi(z) = \frac{1}{\bar{z}}$. Jakim przekształceniem jest $\mathbf{S}_l \circ \mathbf{S}_{O_r} \circ \mathbf{S}_l$ dla dowolnych l, O, r ?
- Wyznaczyć złożenie $\varphi \circ \psi \circ \varphi$ dla $\varphi(z) = \frac{4}{\bar{z}}$, $\psi(z) = -\bar{z} - 4$. Jakim przekształceniem jest $\mathbf{S}_{O_r} \circ \mathbf{S}_l \circ \mathbf{S}_{O_r}$ dla dowolnych l, O, r , gdy $O \notin l$?