

Lista zadań z geometrii. Nr 4

- Przy danej jednostce długości skonstruować odcinki długości:
(a) $\sqrt{1 + \sqrt{3}}$; (b) $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$; (c) $\sqrt[4]{5}$; (d) $\frac{2}{\sqrt{3 - \sqrt{2}}}$; (e) $\frac{\sqrt{\sqrt{2} + 1}}{\sqrt{\sqrt{2} - 1}}$; (f) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{3} - 1}$.
- Ustalić dla jakich liczb naturalnych $n \leq 30$, n -kąta foremny można skonstruować za pomocą cyrkla i linijki. Czy można skonstruować: (a) 40-kąt; (b) 50-kąt; (c) 60-kąt foremny?
- Które z kątów są konstruowalne:
(a) $\frac{\pi}{56}$ (b) $\frac{\pi}{51}$; (c) $\frac{\pi}{45}$; (d) 10° (e) 9° .
- Opierając się na konstrukcji pięciokąta foremnego opisać konstrukcję 20- i 15-kąta foremnego wpisanego w dany okrąg.
- Mając dany 17-kąt foremny opisać konstrukcję 51-kąta i 85-kąta foremnego.
- Czy istnieje trójkąt prostokątny, w którym jeden z kątów ostrych ma miarę 6 razy większą niż drugi i czy można go skonstruować?
- Czy istnieje trójkąt równoramienny ABC , dla którego długość ramienia AB jest równa długości odcinka dwusiecznej BB' kąta przy podstawie BC i czy można go skonstruować mając $|AB|$.
- Dla danej inwersji S_{O_r} wyznaczyć obrazy następujących figur:
(a) okręgu współśrodkowego z okręgiem inwersji,
(b) trójkąta równobocznego wpisanego w okrąg inwersji,
(c) kwadratu opisanego na okręgu inwersji.
- Skonstruować okrąg ortogonalny do dwóch danych okręgów przechodzący przez dany punkt.
- Wyznaczyć obrazy w inwersji S_{O_4} ($O = (0)$) okręgów o danych równaniach:
(a) $|z| = 8$; (b) $|z - 5| = 3$; (c) $|z - 3i| = 1$; (d) $|z - 2i| = 2$; (e) $|z - 4| = 4$; (f) $|z| = |z - 4 - 4i|$.
- Wyznaczyć równanie okręgu przechodzącego przez punkty $A = (4 + 2i)$, $B = (2 + 4i)$ i ortogonalnego do okręgu $|z - 4 - 4i| = 4$.
- Wyznaczyć wzór inwersji przeprowadzającej okrąg $|z| = 1$ w
(a) prostą $x = 4$; (b) okrąg $|z - 3| = 2$.
- Wyznaczyć złożenie $\varphi \circ \psi \circ \varphi$ dla $\varphi(z) = \bar{z} + 2i$, $\psi(z) = \frac{1}{\bar{z}}$. Jakim przekształceniem jest $S_l \circ S_{O_r} \circ S_l$ dla dowolnych l, O, r ?
- Używając tylko cyrkla skonstruować:
(a) dla danego odcinka AB dowolny punkt C , taki że $\mathcal{R}(ABC)$,
(b) środek danego odcinka,
(c) punkt dzielący dany odcinek w stosunku 1:2,
(d) rzut prostokątny danego punktu na daną prostą,
(e) środek danego okręgu,
(f) kwadrat $ABCD$ mając dane końce boku AB .