Całki, wzory trygonometryczne, szeregi. Energetyka.

Lista całek funkcji elementarnych

(Tam, gdzie jest a, zakładamy $a > 0$, w 5. dodatkowo $a \neq 1$.)

1. $\int 0dx = C,$
2. $\int x^r dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + C \ (r \neq -1),$
3. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C,$
4. $\int e^x dx = e^x + C,$
5. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,$
6. $\int \sin x dx = -\cos x + C,$
7. $\int \cos x dx = \sin x + C,$
8. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\mathrm{ctg} x + C,$
9. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \mathrm{tg} x + C,$
10. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \mathrm{arctg} x + C,$
11. $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}\mathrm{arctg}\frac{x}{a} + C,$
12. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C,$
13. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin\frac{x}{a} + C,$
14. $\int \mathrm{sh} x = \mathrm{ch} x + C,$
15. $\int \mathrm{ch} x dx = \mathrm{sh} x + C,$
16. $\int \frac{dx}{\mathrm{sh}^2 x} = -\mathrm{cth} x + C,$
17. $\int \frac{dx}{\mathrm{ch}^2 x} = \mathrm{th} x + C,$
18. $\int \frac{f'(x)}{f(x)} = \ln|f(x)| + C.$

Przydatne wzory trygonometryczne

1. $\sin 2x = 2\sin x \cos x,$
2. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x,$
3. $\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}, \quad \sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2},$
4. $\sin ax \cos bx = \frac{1}{2}[\sin(a+b)x + \sin(a-b)x],$
5. $\sin ax \sin bx = \frac{1}{2}[\cos(a-b)x - \cos(a+b)x],$
6. $\cos ax \cos bx = \frac{1}{2}[\cos(a+b)x + \cos(a-b)x].$

Ważne całki z niewymiernościami

1. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+k}} = \ln|x + \sqrt{x^2+k}| + C;$
2. $\int \sqrt{x^2+k}dx = \frac{1}{2}[x\sqrt{x^2+k} + k\ln|x+\sqrt{x^2+k}|] + C;$
3. $\int \sqrt{a^2-x^2}dx = \frac{1}{2}[x\sqrt{a^2-x^2} + a^2 \arcsin\frac{x}{a}] + C.$

Szeregi Maclaurina niektórych funkcji elementarnych i ich przedziały zbieżności

1. $\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + x^2 + x^3 + ..., \quad$ dla $x \in (-1, 1),$
2. $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + ..., \quad$ dla $x \in \mathbb{R},$
3. $\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{(2n+1)} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + ..., \quad$ dla $x \in \mathbb{R},$
4. $\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + ..., \quad$ dla $x \in \mathbb{R},$
5. $\mathrm{sh} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{(2n+1)}}{(2n+1)!} = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + ..., \quad$ dla $x \in \mathbb{R},$
6. $\mathrm{ch} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!} = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + ..., \quad$ dla $x \in \mathbb{R}.$