

Lista zadań dla studentów Energetyki. 4

1. Rozwiązać dane równania o zmiennych rozdzielonych::

$$(a) y' = \frac{x^2 + 1}{y}; \quad (b) e^y y' = x + e^x; \quad (c) y' = 1 + x + y + xy; \quad (d) (1 + x^2)y' = 2xy; \quad (e) (\cos^2 x)y' = y^2.$$

2. Rozwiązać podane zagadnienia początkowe dla równań różniczkowych o zmiennych rozdzielonych:

$$(a) y' = \frac{-x}{y}, y(0) = 2; \quad (b) x(y + 1)y' = y, y(e) = 1; \quad (c) y' = y^2(1 + x^2), y(0) = -2;$$
$$(d) x(y + 1)y' = y, y(e) = 1; \quad (e) y' = e^{(2x+y)}, y(0) = 0.$$

3. Rozwiązać podane równania różniczkowe liniowe jednorodne:

$$(a) y' - (x + 1)y = 0; \quad (b) xy' + 5y = 0; \quad (c) (1 + x^2)y' + 9y = 0.$$

4. Rozwiązać podane równania różniczkowe liniowe niejednorodne metodą uzmienniania stałej:

$$(a) y' + 2y = e^{3x}; \quad (b) y' + 2xy = x; \quad (c) xy' - 2y = 4x^4.$$

5. Rozwiązać podane zagadnienia początkowe równań różniczkowych liniowych niejednorodnych:

$$(a) y' - y = 1, y(3) = 3; \quad (b) y + \frac{y}{x} = x, y(-1) = 1; \quad (c) y' + y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}, y(0) = 0;$$
$$(d) xy' + y = x + 1, y(1) = 0; \quad (e) y' + \frac{y}{x^2} = 2xe^{\frac{1}{x}}, y(1) = e.$$

6. Rozwiązać dane równania różniczkowe zupełne:

$$(a) (2y - 1)dx + (2x - 1)dy = 0; \quad (b) (3x^2y^2 + 1)dx + (2x^3y)dy = 0;$$
$$(c) (y + 2 \cos(2x + 3y))dx + (x + 3 \cos(2x + 3y))dy = 0.$$

7. Stosując podstawienie $y'(x) = u(x)$ sprowadzić dane zagadnienia początkowe rzędu 2 do rzędu pierwszego i rozwiązać:

$$(a) xy'' = 2y', y(1) = 2, y'(1) = 3; \quad (b) x^2y'' - (y')^2 = 0, y(1) = 1, y'(1) = 1;$$
$$(c) x^3y'' + x^2y' = 1, y(1) = 1, y'(1) = 1.$$

8. Rozwiązać podane równania różniczkowe liniowe jednorodne i zagadnienia początkowe:

$$(a) 6y'' - 5y' + y = 0; \quad (b) 4y'' - 4y' + y = 0; \quad (c) y'' - 2y' + 5y = 0;$$
$$(d) y'' + y' - 6y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 0; \quad (e) y'' + 9y = 0, y(\frac{\pi}{3}) = 1, y'(\frac{\pi}{3}) = 1;$$
$$(f) y'' - 7y' + 10y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 5.$$

9. Metodą przewidywania (współczynników nieoznaczonych) rozwiązać dane równania liniowe niejednorodne i zagadnienie początkowe:

$$(a) y'' - y' - 2y = e^x + e^{-2x}; \quad (b) y'' - y = x + \sin x \quad (c) y'' + y = \sin x; \quad d) y'' + y' = 4x^2e^x;$$
$$(d) y'' + 2y' = 1 + e^{-2x}, y(0) = 0, y'(0) = 1; \quad (e) y'' - y' = e^x, y(0) = 2, y'(0) = 2.$$

10. Metodą eliminacji rozwiązać dane jednorodne układy równań różniczkowych liniowych i układ ze wskazanym warunkiem początkowym:

$$(a) \begin{cases} x' = y \\ y' = -x - 2y \end{cases}; \quad (b) \begin{cases} x' = x + 5y \\ y' = -x - 3y \end{cases}; \quad (c) \begin{cases} x' = x + y \\ y' = -2x + 4y \end{cases}, \begin{cases} x(0) = 0 \\ y(0) = -1 \end{cases}.$$