

# Energetyka 1. Liczby zespolone

1. Obliczyć:

a)  $(2+i)(3-2i) - 5+i$ ; b)  $(\frac{1}{3} - 2i)(\frac{1}{2} + 3i)$ ; c)  $(3+i)\overline{3+i}$ ; d)  $(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}i)^2$ ; e)  $(2+5i)^3$ ;  
f)  $(1+i)(2+i)(3+i)$ ; g)  $\frac{2+3i}{2-i}$ ; h)  $\frac{4+i}{1+2i}$ ; i)  $\frac{(2+4i)^2}{1-i}$ ; j)  $\frac{(1-i)^3}{(1+i)^2}$ .

2. Rozwiązać równania:

a)  $z+3-i = iz+4$ ; b)  $(2+i)\bar{z} - 2 = \bar{z} - 4i$ ; c)  $(1+i)z + 3(z-i) = 0$ ; d)  $\frac{2+i}{z} = \frac{3+i}{z-i}$ ;  
e)  $z^2 + 4z + 5 = 0$ ; f)  $z^2 - 6z + 11 = 0$ ; g)  $z^4 + 3z^2 - 4 = 0$ ; h)  $z^3 - 4z^2 + 6z - 4 = 0$ ;  
i)  $z^2 = 3 + 4i$ .

3. Zaznaczyć na płaszczyźnie zespolonej liczbę  $z = 2 + 3i$  oraz liczby  $-z, \bar{z}, -\bar{z}$ .

4. Zaznaczyć na płaszczyźnie zespolonej zbiory liczb spełniających warunki:

a)  $\left\{ \begin{array}{l} |z| = 4 \\ \frac{\pi}{6} \leq \text{Arg}z \leq \frac{\pi}{3} \end{array} \right.$ ; b)  $\left\{ \begin{array}{l} |z-2| \leq 2 \\ 0 \leq \text{Arg}z \leq \frac{\pi}{4} \end{array} \right.$ ; c)  $\left\{ \begin{array}{l} |z+i| \geq 1 \\ \pi \leq \text{Arg}z \leq \frac{3\pi}{2} \end{array} \right.$ ; d)  $\left\{ \begin{array}{l} |z-3-4i| < 5 \\ 0 \leq \text{Arg}z < \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$ ;  
e)  $\left\{ \begin{array}{l} |z| = |z-4i| \\ \frac{\pi}{4} \leq \text{Arg}z < \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$ ; f)  $\left\{ \begin{array}{l} |z+4| = |z+2-2i| \\ |z| \leq 2 \end{array} \right.$ ; g)  $z + \bar{z} = 2$ ; h)  $z - \bar{z} = 4i$ .

5. Zaznaczyć liczby na płaszczyźnie zespolonej i zapisać je w postaci trygonometrycznej i wykładniczej:

a)  $5 + 5i$ ; b)  $-3 + 3\sqrt{3}i$ ; c)  $-1 - i$ ; d)  $8\sqrt{3} - 8i$ .

6. Zaznaczyć liczby na płaszczyźnie zespolonej i podać ich postać algebraiczną:

a)  $6(\cos \frac{5}{3}\pi + i \sin \frac{5}{3}\pi)$ ; b)  $4e^{i\frac{3}{4}\pi}$ ; c)  $2e^{i\frac{11}{6}\pi}$ .

7. Obliczyć (wynik przedstawić w postaci algebraicznej):

a)  $(e^{i\frac{1}{4}\pi})^5$ ; b)  $\frac{(e^{i\frac{1}{6}\pi})^8}{(e^{i\frac{4}{3}\pi})^4}$ ; c)  $(1 - i\sqrt{3})^4$ ; d)  $(-2\sqrt{3} - 2i)^5$ ; e)  $\frac{(1+i)^{21}}{(1-i)^{19}}$ .

8. Korzystając ze wzoru Moivre'a na potęgowanie liczby zespolonej wyrazić  $\sin 3\alpha, \cos 3\alpha$  przez potęgi  $\sin \alpha, \cos \alpha$ .

9. Wyznaczyć pierwiastki i zaznaczyć je na płaszczyźnie zespolonej:

a)  $\sqrt[3]{1}$ ; b)  $\sqrt[3]{-1}$ ; c)  $\sqrt[4]{-81}$ ; d)  $\sqrt[6]{-64}$ ; e)  $\sqrt[4]{-8 + 8i\sqrt{3}}$ ; f)  $\sqrt[4]{e^{i\frac{4}{3}\pi}}$ .