

Lista zadań nr 2 z analizy matematycznej. Biotechnologia.

- Obliczyć:
(a) $\int_{-1}^2 |x|^3 dx$; (b) $\int_0^4 |3x - x^2| dx$.
- Wykonując wskazane podstawienia obliczyć całki:
(a) $\int_0^2 3x^2 \sqrt{1+x^3} dx$, $u = 1 + x^3$; (b) $\int_0^3 \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}$, $t = x + 1$; (c) $\int_1^3 x \sqrt[3]{x^2-1} dx$, $u = x^2 - 1$;
(d) $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{\sqrt{x}(1-x)}$, $t = \sqrt{x}$; (e) $\int_0^\pi \sin x e^{\cos x} dx$, $u = \cos x$.
- Obliczyć wartości średnie danych funkcji na danych przedziałach:
(a) $f(x) = 4x - x^2$, $[0, 4]$; (b) $f(x) = \frac{3}{x}$, $[1, 3]$.
- Kroplówka podaje pacjentowi glukozę w czasie jednej godziny z prędkością $f(t) = 50(1 + \cos \pi t)$ w gramach na godzinę. Wyznaczyć funkcję $F(x)$ górnej granicy całkowania (czyli ilości podanej glukozy do chwili x) oraz średnią prędkość podawania glukozy. Wskazać chwilę, w której kroplówka podaje glukozę ze średnią prędkością.
- Obliczyć pola obszarów ograniczonych liniami:
(a) $y = x^2$ i $y = 2x + 3$;
(b) $y = -x^2 + 3x$ i $y = 4x - 2$;
(c) $x + y = 5$ i $xy = 4$;
(d) wykresami funkcji $y = \sin x$, $y = \cos x$ oraz osią Oy ($x \geq 0$);
(e) $y = x^2$ i $y = \sqrt{x}$.
- Obliczyć długość łuku paraboli $y = \frac{1}{2}x^2$ dla $x \in [0, 1]$.
- Obliczyć objętości brył powstałych w wyniku obrotu wokół osi Ox danych obszarów:
(a) $A: 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2x - x^2$; (b) $B: -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \frac{1}{1+x^2}$.
- Obliczyć pola powierzchni powstałych w wyniku obrotu wokół osi Ox wykresów danych funkcji:
(a) $y = \sqrt{1-x^2}$; (b) $y = \frac{3}{4}x$, gdzie $x \in [0, 4]$.
- Zbadać zbieżność całek niewłaściwych i obliczyć te, które są zbieżne:
(a) $\int_1^\infty \frac{dx}{(x+2)^2}$; (b) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+9}$; (c) $\int_1^\infty \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+5}}$; (d) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{x^2}}$; (e) $\int_0^1 \frac{dx}{1-x^2}$.
- Wyznaczyć wszystkie pochodne cząstkowe pierwszego rzędu danych funkcji:
(a) $f(x, y) = x^2 y^4 + y^2 \sqrt{x}$; (b) $f(x, y) = \frac{x^2}{y^3} + \frac{y^2}{x^3}$; (c) $f(x, y) = \frac{1-xy}{x+xy}$; (d) $f(x, y) = x^y - y^x$;
(e) $f(x, y) = e^{\sin xy}$; (f) $f(x, y, z) = x^2 y^2 + xy z^2$.
- Wyznaczyć pochodne cząstkowe drugiego rzędu danych funkcji:
(a) $f(x, y) = x^3 y + y^3 x$; (b) $f(x, y) = e^{xy}$ (c) $f(x, y) = x^2 y + \frac{x^2}{y^3}$.