Lista 1 zadań z analizy matematycznej. Biotechnologia. Studia inżynierskie

1. Wyznaczyć całki:

   a) $\int 5x^7dx$; b) $\int(3x^5-6x^3-5x+1)dx$; c) $\int(2\sqrt{x^3}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}})dx$; d) $\int\frac{1-x+x^2}{x^4}dx$; e) $\int\frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[4]{x}}dx$;

   f) $\int \mathrm{tg}^2 x dx$; g) $\int\frac{\sin 2x+7\sin^2 x}{\sin x}dx$; h) $\int\frac{(\sqrt[3]{t}-1)^2}{t}dt$; i) $\int\left(\frac{2}{1+u^2}-\frac{3}{\sqrt{1-u^2}}\right)du$; j) $\int\frac{e^t}{2^t}dx$.

2. Stosując metodę całkowania przez części wyznaczyć całki:

   a) $\int x\cos x dx$; b) $\int xe^x dx$; c) $\int x^2\sin x dx$; d) $\int(x^2+2x+3)\cos x dx$; e) $\int 2x\mathrm{arctg}x dx$; f) $\int x\ln x dx$.

3. Wykonując wskazane podstawienia obliczyć całki:

   a) $\int xe^{-x^2}dx,\ t=-x^2$; b) $\int\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx,\ t=\sqrt{x}$; c) $\int\frac{\ln x}{x}dx,\ t=\ln x$; d) $\int\frac{1}{2+x^2}dx,\ x=\sqrt{2}t$; e) $\int x\sqrt{3+x^2}dx$, $t=3+x^2$; f) $\int\frac{x}{(x^2-1)^4}dx,\ t=x^2-1$; g) $\int\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}},\ x=2t$; h) $\int\sqrt{\sin x}\cos x dx,\ t=\sin x$.

4. Wykorzystując podstawienia liniowe obliczyć:

   a) $\int(2x-1)^5dx$; b) $\int\cos 5x dx$; c) $\int e^{(3x-7)}dx$; d) $\int\frac{dx}{4x+3}$; e) $\int\frac{dx}{1+(2x+1)^2}$; f) $\int\frac{dx}{x^2+6x+10}$.

5. Stosując metodę całkowania przez części (i podstawienie) wyznaczyć całki:

   a) $\int xe^{2x}dx$; b) $\int x\sin 5x ds$; c) $\int\arcsin x dx$; d) $\int\mathrm{arctg}x dx$.

6. Wyznaczyć całki z ułamków prostych:

   a) $\int\frac{dx}{(2x-3)^5}$; b) $\int\frac{3dx}{x^2+2x+2}$; c) $\int\frac{2x+5}{x^2+5x+10}dx$; d) $\int\frac{2x}{x^2-4x+5}dx$; e) $\int\frac{4x-6}{x^2+6x+13}dx$.

7. Wyznaczyć całki z wyrażeń wymiernych:

   a) $\int\frac{x^2dx}{x-2}$; b) $\int\frac{1}{x^2+3x-10}dx$; c) $\int\frac{x}{x^2-4}dx$; d) $\int\frac{2x+7}{x^2+x-2}dx$; e) $\int\frac{2+x}{x-x^2}dx$; f) $\int\frac{x^2+x+1}{x^3+x}dx$.

8. Stosując podstawienia $t=\sin x$ lub $t=\cos x$ oraz korzystając ze wzorów trygonometrycznych wyznaczyć całki:

   a) $\int\sin^3 x dx$; b) $\int\cos^5 x dx$; c) $\int\cos^2 2x dx$; d) $\int\sin^4 x dx$; e) $\int 4\cos^2 x\cos^2 x dx$; f) $\int\cos^3 x\sin^2 x dx$.

9. Korzystając ze wzorów na całki z podstawowych wyrażeń niewymiernych wyznaczyć całki:

   a) $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+5}}$; b) $\int\sqrt{x^2-4x+8}dx$; c) $\int\frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}}$; d) $\int\sqrt{5-4x-x^2}dx$.

10. Korzystając ze wzoru Newtona-Leibniza obliczyć podane całki:

    a) $\int_1^2\left(\frac{1}{x^4}+x^2\right)dx$; b) $\int_1^4\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx$; c) $\int_0^1\frac{x-1}{x+1}dx$; d) $\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{dx}{1-x^2}$; e) $\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$.

11. Wyznaczyć funkcje górnej granicy całkowania dla podanych funkcji na podanych przedziałach:

    a) $f(x)=3x^2-2x$, dla $x\in[1,\infty)$; b) $f(x)=\frac{4x}{1+x^2}$, dla $x\in[1,\infty)$;

    c) $f(x)=\begin{cases}2x & \text{dla } 0\le x\le 1\\ 2 & \text{dla } 1<x\le 2\end{cases}$, dla $x\in[0,2]$.

12. Wyznaczyć pola obszarów ograniczonych liniami:

    (a) osią Ox, prostymi $x=1$, $x=4$ i linią $y=\sqrt{x}$;
    (b) osią Ox i linią $y=\sin x$ dla $x\in[0,\pi]$;
    (c) osią Ox i linią $y=4-x^2$;
    (d) osią Ox, prostymi $x=1$, $x=5$ i linią $xy=5$;
    (e) osią Ox, prostą $x=3$ i wykresem funkcji $f(x)=x^2-2x$;
    (f) osią Ox i wykresem funkcji $f(x)=(x+2)x(x-2)$.