

Legalna ściągą z matematyki. Biotechnologia.

Trygonometria, wzory de Moivre'a

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\sin x$	0	1	0	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos x$	1	0	-1	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$\sin(\pi - x) = \sin(x); \quad \cos(\pi - x) = -\cos x;$$

$$\sin(\pi + x) = -\sin(x); \quad \cos(\pi + x) = -\cos x;$$

$$\sin(2\pi - x) = -\sin(x); \quad \cos(2\pi - x) = \cos x.$$

$$[r(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i \sin n\varphi);$$

$$\sqrt[n]{r(\cos \varphi + i \sin \varphi)} = \sqrt[n]{r}(\cos \frac{\varphi+2k\pi}{n} + i \sin \frac{\varphi+2k\pi}{n}), \text{ dla } k \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}.$$

Ważne granice wyrażeń nieoznaczonych

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (1+\frac{1}{x})^x = e,$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1,$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1,$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1,$$

Pochodne funkcji elementarnych

$$1. c' = 0 \text{ (pochodna funkcji stałej jest równa 0)},$$

$$7. (a^x)' = a^x \ln a,$$

$$2. (x^r)' = rx^{r-1} \text{ dla dowolnego } r \in \mathbb{R},$$

$$(e^x)' = e^x,$$

$$(a) (x)' = 1,$$

$$8. (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a},$$

$$(b) \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2},$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x},$$

$$(c) (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}},$$

$$9. (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}},$$

$$3. (\sin x)' = \cos x,$$

$$10. (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}},$$

$$4. (\cos x)' = -\sin x,$$

$$5. (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x},$$

$$11. (\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2},$$

$$6. (\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$12. (\operatorname{arcc} \operatorname{tg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}.$$

Reguły różniczkowania

1. Pochodna sumy i różnicy

$$[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x).$$

4. Pochodna ilorazu

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)},$$

o ile $g(x) \neq 0$.

2. Wyciąganie stałej przed pochodną

$$[cf(x)]' = cf'(x), \text{ dla } c \in \mathbb{R}.$$

5. Pochodna funkcji złożonej

$$[g(f(x))]' = g'(f(x))f'(x).$$

3. Pochodna iloczynu

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x).$$

6. Pochodna funkcji odwrotnej

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}, \text{ gdzie } y = f(x).$$