

# Legalna ściągą z matematyki. Biotechnologia.

## Trygonometria, wzory de Moivre'a

$x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\sin x$	0	1	0	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos x$	1	0	-1	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}\sin(\pi - x) &= \sin(x); & \cos(\pi - x) &= -\cos x; \\ \sin(\pi + x) &= -\sin(x); & \cos(\pi + x) &= -\cos x; \\ \sin(2\pi - x) &= -\sin(x); & \cos(2\pi - x) &= \cos x. \\ [r(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n &= r^n(\cos n\varphi + i \sin n\varphi); \end{aligned}$$

$$\sqrt[n]{r(\cos \varphi + i \sin \varphi)} = \sqrt[n]{r}(\cos \frac{\varphi+2k\pi}{n} + i \sin \frac{\varphi+2k\pi}{n}), \text{ dla } k \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}.$$

## Ważne granice wyrażeń nieoznaczonych

$$\begin{aligned} 1. \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} &= e, & \lim_{x \rightarrow \infty} (1+\frac{1}{x})^x &= e, \\ 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} &= 1, \\ 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} &= 1, \\ 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} &= 1, \end{aligned}$$

## Pochodne funkcji elementarnych

$$\begin{aligned} 1. c' &= 0 \text{ (pochodna funkcji stałej jest równa 0)}, \\ 2. (x^r)' &= rx^{r-1} \text{ dla dowolnego } r \in \mathbb{R}, \\ & \text{(a) } (x)' = 1, \\ & \text{(b) } (\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}, \\ & \text{(c) } (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \\ 3. (\sin x)' &= \cos x, \\ 4. (\cos x)' &= -\sin x, \\ 5. (\operatorname{tg} x)' &= \frac{1}{\cos^2 x}, \\ 6. (\operatorname{ctg} x)' &= -\frac{1}{\sin^2 x}, \\ 7. (a^x)' &= a^x \ln a, \\ & (e^x)' = e^x, \\ 8. (\log_a x)' &= \frac{1}{x \ln a}, \\ & (\ln x)' = \frac{1}{x}, \\ 9. (\arcsin x)' &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \\ 10. (\arccos x)' &= -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \\ 11. (\operatorname{arctg} x)' &= \frac{1}{1+x^2}, \\ 12. (\operatorname{arcctg} x)' &= -\frac{1}{1+x^2}. \end{aligned}$$

## Reguły różniczkowania

1. Pochodna sumy i różnicy

$$[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x).$$

2. Wyciąganie stałej przed pochodną

$$[cf(x)]' = cf'(x), \text{ dla } c \in \mathbb{R}.$$

3. Pochodna iloczynu

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x).$$

4. Pochodna ilorazu

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)},$$

o ile  $g(x) \neq 0$ .

5. Pochodna funkcji złożonej

$$[g(f(x))]'(x) = g'(f(x))f'(x).$$

6. Pochodna funkcji odwrotnej

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}, \text{ gdzie } y = f(x).$$