

1. Obliczyć granice

$$(a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{5x^2 - 20},$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x + 1}}{1 - \sqrt{x + 1}},$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x} - x}{x(\sqrt{x^2 + 1} - x)},$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \frac{\cos x}{\sin x},$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} a}{x - a},$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{x^2},$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(5\pi x)}{\cos(3\pi x)},$$

$$(h) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + x) - \ln(x)}{\sin\left(\frac{1}{x}\right)},$$

$$(i) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3 - 2x}{x} \right)^{\frac{1}{\ln(2-x)}},$$

2. Zbadać istnienie granic jednostronnych i istnienie granic funkcji

$$(a) f(x) = e^{-\frac{1}{x}} \text{ in w punkcie } x = 0,$$

$$(b) f(x) = \frac{x+1}{e^{\frac{1}{x}}} \text{ w punkcie } x = 0,$$

$$(c) f(x) = \frac{|x-1|}{x-1} + x \text{ w punkcie } x = 1,$$

$$(d) f(x) = x \cos\left(\frac{1}{x}\right) - \sin\left(\frac{1}{x}\right) \text{ w punkcie } x = 0,$$

$$(e) f(x) = \frac{x^2}{x-3} + x \text{ w punkcie } x = 3.$$

3. Zbadać ciągłość funkcji

$$(a) f(x) = \begin{cases} x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} \left| \frac{\sin x}{x} \right| & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

$$(c) f(x) = \begin{cases} \cos\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

4. Dobrać parametry a i b tak, aby podana funkcja była ciągła

$$(a) f(x) = \begin{cases} (x-1)^3 & x \leq 0 \\ ax + b & 0 < x \leq 1 \\ \sqrt{x} & x \geq 1 \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & |x| < 2 \\ x\sqrt{x^2 - 4} & |x| \geq 2 \end{cases}$$