

1. Obliczyć granice

(a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{5x^2 - 20}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 2}$ ,

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \frac{\cos x}{\sin x}$ ,

(e)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^4 - x}$ ,

(h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ ,

(j)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$ ,

(k)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+5}\right)^x$ ,

2. Obliczyć pochodne podanych funkcji

(a)  $f(x) = x^4 + 3x^2 - \frac{1}{x} + \sqrt{x}$ ,  $x > 0$ ,

(b)  $f(x) = x^4 + 4 \ln x + 4$ ,

(c)  $f(x) = \ln(x)(x^4 + \frac{3}{x^2})$ ,

(d)  $f(x) = \sin(x^2)$

(e)  $\sqrt[3]{\sin x}$ ,

(f)  $f(x) = \frac{1}{\cos x}$ ,

(g)  $f(x) = \cos x^3$ ,

(h)  $f(x) = x^2 \frac{x^2+1}{x^2-1}$ .

3. Obliczyć granice

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$ ,

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$ ,

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x \operatorname{tg} x}\right)$ ,

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 - \ln(\sin x)}{\ln x^2}$ ,

4. Zbadać przebieg zmienności i narysować wykres funkcji

(a)  $f(x) = \frac{3x-2}{x+3}$ ,

(b)  $f(x) = x^2 \sqrt{x+1}$ ,

(c)  $f(x) = x^4(x-2)^5$ ,

(d)  $f(x) = x^6 - 6x^4$ .

5. Znaleźć największą i najmniejszą wartość funkcji

(a)  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x$  na przedziale  $[1, 5]$ ,

(b)  $f(x) = |x-1|$  na przedziale  $[0, 3]$ .

6. Korzystając z różniczki funkcji obliczyć przybliżone wartości podanych wyrażeń

(a)  $\cos(0.03)$ ,

(b)  $e^{-0.001}$ ,

(c)  $\ln(1.004)$ .

7. Obliczyć  $f'$ ,  $f''$ ,  $f'''$  podanych funkcji

(a)  $f(x) = e^{x^2}$ ,

(b)  $f(x) = x \ln(x)$ ,

(c)  $\operatorname{tg}(x)$ .