

1. Obliczyć całki

$$(a) \int (5x^2 - 6x + 3 - \frac{2}{x} - \frac{5}{x^2}) dx,$$

$$(b) \int \frac{3x^3 + 2 + \sqrt{x}}{x} dx.$$

2. Całkując przez podstawienie obliczyć całki

$$(a) \int x \sin(2x^2 + 1) dx,$$

$$(b) \int \frac{x dx}{1 + x^2},$$

$$(c) \int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx,$$

$$(d) \int \frac{(\ln x)^2}{x} dx,$$

$$(e) \int \frac{\operatorname{tg} x}{\cos^2 x} dx,$$

$$(f) \int \frac{x^2 dx}{\cos^2(x^3 + 1)},$$

$$(g) \int \frac{\cos x}{\sin x} dx,$$

$$(h) \int \frac{dx}{x \ln x},$$

$$(i) \int \frac{dx}{\sin x},$$

$$(j) \int \frac{dx}{\sin^3 x \cos x},$$

$$(k) \int \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx,$$

$$(l) \int \sin^3 x \cos x,$$

$$(m) \int \frac{e^x}{2e^x + 1} dx,$$

$$(n) \int \frac{dx}{2 \cos^2(3x)},$$

$$(o) \int \sin^2 x dx.$$

3. Całkując przez części obliczyć całki

$$(a) \int x^2 e^x dx,$$

$$(b) \int e^x \cos x,$$

$$(c) \int \ln^2 x dx,$$

$$(d) \int \ln x \frac{1}{x^3} dx,$$

$$(e) \int \frac{\operatorname{tg} x}{\cos^2 x} dx,$$

$$(f) \int x e^{-2x},$$

$$(g) \int x \cos(3x) dx,$$

$$(h)$$

4. Obliczyć pole obszarów ograniczonych liniami

$$(a) \text{ parabolami } y = x^2 \text{ i } x = y^2,$$

$$(b) \text{ prostymi } x = -1, x = 1, \text{ osią } OX \text{ oraz łukiem linii } y = \frac{1}{x^2+1},$$

$$(c) \text{ parabolą } 4y = 8x - x^2 \text{ i prostą } 4y = x + 6,$$

$$(d) \text{ parabolami } y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x,$$

$$(e) \text{ parabolą } y = 6x - x^2 \text{ i osią } OX,$$

$$(f) \text{ parabolą } y = 2x - x^2 \text{ i prostą } x + y = 0,$$

Odpowiedzi (a) $\frac{1}{3}$, (b) $\frac{\pi}{2}$, (c) $5\frac{5}{24}$, (d) 9, (e) 36, (f) $\frac{9}{2}$.

5. Rozwiązać równanie różniczkowe o zmiennych rozdzielonych

$$(a) \frac{dy}{dx} = \frac{t}{y}$$

$$(b) x^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 1$$

$$(c) e^{-\frac{1}{x}} y^3 + x^2 y^2 \frac{dy}{dx} = 0$$

$$(d) \frac{dy}{dx} = 2y(t + 1)$$

$$(e) \frac{dy}{dx} = \sqrt{1 - y^2}$$

6. Rozwiązać równania różniczkowe liniowe drugiego rzędu

$$(a) y'' - 6y' + 8y = 0$$

$$(b) y'' + 3y' = 0$$

$$(c) y'' + 6y' + 5y = 25t^2 - 2$$

$$(d) y'' - 2y' + 10y = 37 \cos 3t$$

$$(e) y'' - 6y' + 9y = 3t - 8e^t$$

$$(f) y'' - y = t^2 - t + 1$$

$$(g) y'' + y = 6 \sin 2t$$

$$(h) y'' - 2y' + y = \frac{t^2 + 2t + 2}{t^3}$$