Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

Szeregi Maclaurina

1. Znaleźć n-tą pochodną funkcji:
   (a) $f(x) = (1+x)^\alpha$,
   (b) $f(x) = \sin x$.
2. Rozwinąć w szereg Maclaurina:
   (a) $f(x) = \sin x$.
   (b) $f(x) = \operatorname{arc\,tg} x$.
3. Rozwinąć w szereg Maclaurina do $R_4(x,0)$:
   (a) $f(x) = e^{x\cos x}$,
   (b) $f(x) = \ln(\cos x)$.
4. Korzystając z własności

   (i) jeżeli $f(x) \to 0$ przy $x \to x_0$ oraz $f(x) \neq 0$ w sąsiedztwie x_0, to $\lim\limits_{x\to x_0} \Big(1+f(x)\Big)^{\frac{1}{f(x)}} = e$,

   (ii) jeżeli $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = a \in \mathbb{R}$ oraz $\lim\limits_{x\to x_0} h(x) = b \in \mathbb{R}$, to $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)^{h(x)} = a^b$,

   obliczyć następujące granice:
   (a) $\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$,
   (b) $\lim_{x\to 0} \left(\frac{2\operatorname{tg} x}{x+\sin x}\right)^{\frac{1}{1-\cos x}}$.
5. Stosując wzór Maclaurina do funkcji $f(x) = e^x$ obliczyć e z dokładnością 10^{-6}.
6. Oszacować dokładność wzoru przybliżonego

$$\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} \quad dla \quad |x| \leq \frac{\pi}{6}.$$