
Równanie stycznej do wykresu funkcji f w punkcie $(x_0, f(x_0))$:

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

Pole $|D|$ obszaru płaskiego D ograniczonego wykresami funkcji ciągłych f_1 oraz f_2 w przedziale $[a, b]$ oraz prostymi o równaniach $x = a$ oraz $x = b$:

$$|D| = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$$

Długość $|\Gamma_f|$ łuku Γ_f , wyznaczonego przez wykres funkcji f , $f \in C^1[a, b]$, w przedziale $[a, b]$, o początku $(a, f(a))$ i końcu $(b, f(b))$:

$$|\Gamma_f| = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

Objętość $|V|$ bryły obrotowej V uzyskanej w wyniku obrotu wokół osi OX trapezu krzywoliniowego, wyznaczonego przez wykres funkcji f w przedziale $[a, b]$, proste $x = a$, $x = b$ oraz oś OX :

$$|V| = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

Pole S powierzchni obrotowej uzyskanej w wyniku obrotu wokół osi OX trapezu krzywoliniowego, wyznaczonego przez wykres funkcji f w przedziale $[a, b]$, proste $x = a$, $x = b$ oraz oś OX :

$$S = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

Całkowanie przez części. Jeśli $g, h \in C^1[a, b]$, to

$$\int_a^b g(x)h'(x) dx = [g(x)h(x)]_a^b - \int_a^b g'(x)h(x) dx$$

Całkowanie przez podstawienie. Jeśli $f \in C[a, b]$,

$h : [\alpha, \beta] \rightarrow [a, b]$, $h \in C^1[\alpha, \beta]$,

$h(\alpha) = a$, $h(\beta) = b$, to

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(h(t))h'(t) dt$$

Wartość średnia y_{sr} funkcji $f \in C[a, b]$ w przedziale $[a, b]$:

$$y_{sr} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

Gradient **grad** $f(x_0, y_0)$ funkcji f w punkcie (x_0, y_0) :

$$\mathbf{grad}f(x_0, y_0) = \left[\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0), \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) \right]$$

Gradient **grad** $f(x_0, y_0, z_0)$ funkcji f w punkcie (x_0, y_0, z_0) :

$$\mathbf{grad}f(x_0, y_0, z_0) = \left[\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial f}{\partial z}(x_0, y_0, z_0) \right]$$

Pochodna kierunkowa $\frac{df}{dh}(x_0, y_0)$ funkcji f
w punkcie (x_0, y_0) , w kierunku wektora $h = [h_1, h_2] \in R^2$:

$$\frac{df}{dh}(x_0, y_0) = \mathbf{grad}f(x_0, y_0) \circ h$$

$$\frac{df}{dh}(x_0, y_0) = \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)h_1 + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)h_2$$

Pochodna kierunkowa $\frac{df}{dh}(x_0, y_0, z_0)$ funkcji f
w punkcie (x_0, y_0, z_0) , w kierunku wektora $h = [h_1, h_2, h_3] \in R^3$:

$$\frac{df}{dh}(x_0, y_0, z_0) = \mathbf{grad}f(x_0, y_0, z_0) \circ h$$

$$\frac{df}{dh}(x_0, y_0, z_0) = \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0, z_0)h_1 + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0, z_0)h_2 + \frac{\partial f}{\partial z}(x_0, y_0, z_0)h_3$$

Różniczka $df(x_0, y_0)(h_1, h_2)$ funkcji f
w punkcie (x_0, y_0) , odpowiadająca wektorowi (przyrostów) $h = [h_1, h_2] \in R^2$:

$$df(x_0, y_0)(h_1, h_2) = \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)h_1 + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)h_2$$

Różniczka $df(x_0, y_0, z_0)(h_1, h_2, h_3)$ funkcji f
w punkcie (x_0, y_0, z_0) , odpowiadająca wektorowi (przyrostów) $h = [h_1, h_2, h_3] \in R^3$:

$$df(x_0, y_0, z_0)(h_1, h_2, h_3) = \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0, z_0)h_1 + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0, z_0)h_2 + \frac{\partial f}{\partial z}(x_0, y_0, z_0)h_3$$
