

### Przykładowe zadania egzaminacyjne

Zad. 1. Podać interpretację geometryczną zbioru

$$\{z \in \mathbb{C} : |z - 1 + 2i| \leq 3\}.$$

Zad. 2. Wyznaczyć część rzeczywistą i część urojoną liczby zespolonej

$$\frac{3 - 2i}{1 + 3i}.$$

Zad. 3. Sprawdzić czy podana funkcja zespolona spełnia warunki Cauchy'ego–Riemanna w  $\mathbb{C}$

$$f(z) = (z - i)^2 + 3\bar{z} + 2 - 5i.$$

Zad. 4. Sprawdzić, czy podana funkcja jest harmoniczna dla  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

$$u(x, y) = x^2 - y^2 + 2xy + y - 1.$$

Zad. 5. Wyznaczyć koło zbieżności szeregu potęgowego

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z - 1)^n}{n + 2}.$$

Zad. 6. Wyznaczyć pochodną funkcji zespolonej danej szeregiem potęgowym

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (z + 2)^{2n}$$

oraz podać koło zbieżności tego szeregu.

Zad. 7. Obliczyć całkę krzywoliniową

$$\int_I (z + 1 - i)^2 dz,$$

gdzie  $I$  jest odcinkiem o początku w punkcie 0 i końcu w punkcie  $1 + i$ .

Zad. 8. Obliczyć całkę krzywoliniową

$$\int_{C(i;2)} \frac{(z - 2)^2}{z(z + 2)} dz,$$

gdzie  $C(z_0; R)$  oznacza okrąg o środku w punkcie  $z_0$  i promieniu  $R$  zorientowany przeciwnie do ruchu wskazówek zegara.

Zad. 9. Obliczyć całkę krzywoliniową

$$\int_{C(0;1)} \frac{(z - 1)(z - 2)}{z^2} dz.$$

Zad. 10. Wyznaczyć punkty osobliwe izolowane funkcji zespolonej

$$f(z) = \frac{(z - 1)(z - 3)}{(z^2 + 1)z^3},$$

oraz określić ich rodzaj.