

Olsztyn, dn. 27.01.2025 r.

Test poprawkowy z Algorytmów Kwantowych

Imię i nazwisko:

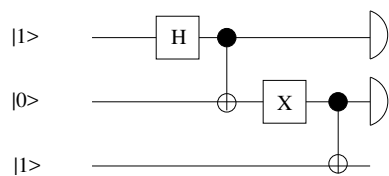
1. Przedstawić w postaci $x + iy$, gdzie $x, y \in \mathbb{R}$, liczbę zespoloną $z = \frac{2+3i}{3-i}$.

2. Zbadać, czy $v = \begin{pmatrix} 1-i \\ 2 \\ 1+i \end{pmatrix}$ jest wektorem własnym macierzy $A = \begin{pmatrix} 0 & 1-i & 0 \\ 1+i & 0 & 1-i \\ 0 & 1+i & 0 \end{pmatrix}$,
a jeśli tak to podać odpowiednią wartość własną. Sprawdzić hermitowskość macierzy A .

3. Obliczyć $\langle \phi | \psi \rangle$, oraz $|\phi\rangle\langle\psi|$, jeśli $|\phi\rangle = \begin{pmatrix} 2-i \\ 1+2i \\ i \end{pmatrix}$, $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} -i \\ 3+2i \\ 0 \end{pmatrix}$.

4. Sprawdzić, czy stan $\frac{1}{\sqrt{5}}(|00\rangle - 2i|11\rangle)$ jest stanem splątany.

5. Wyznacz prawdopodobieństwo pomiaru (01) w pierwszych dwóch kubitach. Podaj wektor stanu po pomiarze.

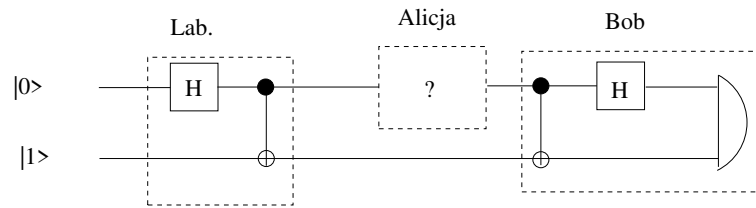


6. Wyznaczyć prawdopodobieństwo pomiaru stanu $|1010\rangle$ na wyniku działania transformaty Fouriera–Hadamarda $H^{\otimes 4}$ na stan

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|1100\rangle - |1010\rangle + i|1101\rangle).$$

7. Skonstruować, wykorzystując bramki jednokubitowe oraz bramki C-NOT, obwód kwantowy realizujący odwzorowanie $f: \mathbb{Z}_2^3 \rightarrow \mathbb{Z}_2$ dane wzorem $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \oplus x_2 \odot x_3 \oplus 1$. Czy jest to funkcja zrównoważona?

8. Co musi zrobić Alicja, żeby Bob zmierzył 10, przeprowadzić odpowiednie rachunki



9. Wyznaczyć liczbę aplikacji pary U_f, U_G w algorytmie Grovera $f: \mathbb{Z}_2^8 \rightarrow \mathbb{Z}_2$ w zastosowaniu do funkcji danej wzorem

$$f(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } (\mathbf{x}) = (0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1), \\ 0 & \text{gdy } (\mathbf{x}) \neq (0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1). \end{cases}$$

Podać ograniczenie górne prawdopodobieństwa otrzymania złego wyniku.